ГБПОУ СО «Артинский агропромышленный техникум»

Методические рекомендации
и контрольные задания
для студентов, обучающихся по ОПОП СПО ССЗ
35.02.07 «Механизация сельского хозяйства»

ЕН.01 Математика

2017

Введение

В соответствии с учебным планом по дисциплине «Математика» предусмотрено выполнение контрольной работы.

Вариант контрольной работы определяется по номеру студенческого билета (зачетной книжки) и соответствует последней цифре. Если последней цифрой является ноль, то это соответствует десятому варианту. Работа, выполненная не по своему варианту, возвращается без проверки и зачета.

Контрольная работа содержит 6 тематических заданий. Она засчитана, если из каждого раздела решено не менее 3 заданий. Результат оценивается по пятибалльной системе и является допуском к экзаменационной сессии.

Настоящее пособие является руководством по выполнению контрольной работы по курсу высшей математики для студентов-заочников. Оно содержит вопросы и теоретические сведения, необходимые для выполнения контрольной работы по данным темам, примеры решения задач, контрольные задания и список литературы.

Содержание тем контрольной работы

1. Комплексные числа.
2. Линейная алгебра
3. Пределы функции. Дифференциальное исчисление.
4. Интегральное исчисление. Дифференциальные уравнения.
5. Теория вероятности и математическая статистика.
6. Дискретная математика.

Требования к написанию контрольной работы

1. Контрольная работа выполняется в тетради школьного формата в клетку. Следует оставить поля 3 см для замечаний преподавателя.
2. На обложке тетради должен быть приклеен титульный лист утвержденного образца. На нем надо указать наименование предмета, номер варианта, фамилию, имя, отчество, адрес студента, специальность, учебную группу, а также название учебного заведения.
3. Работа должна быть выполнена чернилами одного цвета, аккуратно, разборчиво.
4. Каждую задачу необходимо начинать с новой страницы.
5. Решение задач располагать в порядке номеров, указанных в задании. Номера задач следует указывать перед условием.
6. Условия всех задач необходимо записывать полностью.
7. При оформлении записей в тетради необходимо выполнять общие требования к культуре их ведения. Перечислим важнейшие из этих требований:

а) студенты должны соблюдать абзацы, всякую новую мысль следует начинать с красной строки;
б) важные формулы, равенства, определения нужно выделять в отдельные строки, чтобы сделать их более обозримыми;
в) при описании решения задачи краткая запись условия отделяется от решения и в конце решения ставится ответ;
г) необходимо правильно употреблять математические символы.

8. Решения задач должны сопровождаться краткими, но достаточно обоснованными пояснениями, используемые формулы нужно вписывать и сопровождать всеми вычислениями.
9. Чертежи и графики должны быть построены карандашом с использованием чертежных инструментов.
10. В конце работы следует указать литературу, которая использовалась, проставить дату выполнения работы и подпись.
11. Если в работе допущены недочеты и ошибки, то студент должен выполнить все указания преподавателя, сделанные в рецензии.
12. На экзамен студент должен явиться с контрольной работой и рецензией на выполненную контрольную работу. Без предъявления преподавателю прорецензированной контрольной работы студент к экзамену не допускается.

Организационно - методические рекомендации

1. Чтение учебной литературы. Изучая материал, следует переходить к следующему вопросу только после правильного понимания предыдущего, проделав на бумаге, все вычисления, воспроизведя имеющиеся чертежи.

При изучении материала по учебнику полезно вести конспект, в который рекомендуется выписывать определения, формулировки теорем, формулы, уравнения и т. п. На полях конспекта следует отмечать вопросы для письменной или устной консультации с преподавателем. Помогает также составление таблиц, содержащих наиболее часто употребляемые формулы.

2. Решение задач. Чтение учебника должно сопровождаться решением задач. Решение задач определенного типа нужно продолжать до приобретения твердых навыков в их решении.

3. Самопроверка. После изучения определенной темы и решения достаточного количества соответствующих задач студенту рекомендуется воспроизвести по памяти определения, формулы, проверяя себя каждый раз. В случае необходимости надо еще раз внимательно разобраться в материале, решить несколько задач.

Иногда недостаточность усвоения того или иного вопроса выясняется только при изучении дальнейшего материала. В этом случае надо вернуться назад и повторить плохо усвоенный раздел.

Важным критерием усвоения теории является умение решать, задачи на изученный материал.

Список рекомендуемой литературы

Основная литература

1. Григорьев С.Г. Математика: учебник для студ. образоват. учреждений сред. проф. образования / С.Г.Григорьев, С.В.Иволгина; под ред. В.А.Гусева. – 9-е изд., стер. - М.: Издательский центр «Академия», 2013. – 416 с.
2. Григорьев В.П. Сборник задач по высшей математике: учебное пособие для студ. учреждений сред. проф. образования / В.П.Григорьев, Т.Н.Сабурова. – 3-е изд., стер – М.: Издательский центр «Академия», 2013. – 160 с.

Дополнительная литература

1. Афанасьева О.И., Бродский *Я.С.,* Гуткин И.И., Павлов А.Л. Сборник задач по математике для техникумов. М., 1987

2. Богомолов Н.В. Практические занятия по математике. М., Высшая школа, 1990

3. Валуце И.И., Дилигул Т.Д. Математика для техникумов. М., Наука, 1990

Интернет-ресурсы

http://www.mathprofi.ru/

http://kontromat.ru/

Основные формулы и методические указания для выполнения контрольной работы.

1.Комплексные числа

Понятие комплексного числа Комплексное число – это двумерное число. Оно имеет вид $z = a + bi$, где a и b – действительные числа, i – так называемая *мнимая единица* $\sqrt{-1} = \pm i$. Число a называется *действительной частью (*$\operatorname{Re} z$*)* комплексного числа z, число b называется *мнимой частью (*$\operatorname{Im} z$*)* комплексного числа z.

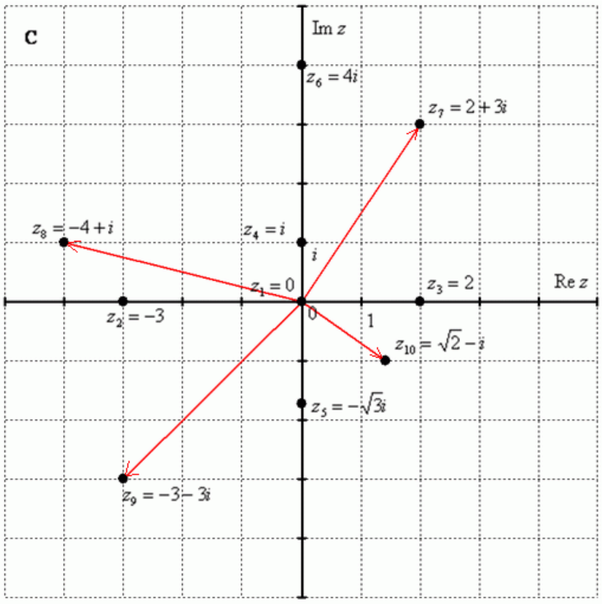
$a + bi$ – это ЕДИНОЕ ЧИСЛО, а не сложение. Стандартно комплексное число принято записывать именно в таком порядке: $z = a + bi$

Комплексные числа изображаются на *комплексной плоскости*:
Множество комплексных чисел принято обозначать «жирной» или утолщенной буквой $\mathbf{C}$. Поэтому на чертеже следует поставить букву $\mathbf{C}$, обозначая тот факт, что у нас комплексная плоскость. Комплексная плоскость состоит из двух осей:
$\operatorname{Re} z$ – действительная ось $\operatorname{Im} z$ – мнимая ось Правила оформления чертежа практически такие же, как и для чертежа в декартовой системе координат. По осям нужно задать масштаб, отмечаем: ноль; единицу по действительной оси; мнимую единицу i по мнимой оси. Построим на комплексной плоскости следующие комплексные числа:

$z_1 = 0$, $z_2 = -3$, $z_3 = 2$

$z_4 = i$, $z_5 = -\sqrt{3}i$, $z_6 = 4i$

$z_7 = 2 + 3i$, $z_8 = -4 + i$, $z_9 = -3 - 3i$, $z_{10} = \sqrt{2} - i$



Действительные числа – это частный случай комплексных чисел. Множество действительных чисел $\mathbf{R}$ является подмножеством множества комплексных чисел $\mathbf{C}$. Числа $z_1 = 0$, $z_2 = -3$, $z_3 = 2$

– это комплексные числа с нулевой мнимой частью. Числа $z_4 = i$, $z_5 = -\sqrt{3}i$, $z_6 = 4i$ – это, наоборот, *чисто мнимые числа*, т.е. числа с нулевой действительной частью. Они располагаются строго на мнимой оси $\operatorname{Im} z$.

По теореме Пифагора легко вывести формулу для **нахождения модуля комплексного числа:** $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$. **Аргументом комплексного числа** z **называется угол** φ **между <u>положительной полуосью</u> действительной оси** $\operatorname{Re} z$ **и радиус-вектором, проведенным из начала координат к соответствующей точке.** Аргумент не определён для единственного числа: $z = 0$.

Аргумент комплексного числа z стандартно обозначают: φ или $\arg z$

$\arg z = arctg\dfrac{b}{a}$. Данная формула работает только в правой полуплоскости! Если комплексное число располагается не в 1-й и не 4-й координатной четверти, то формула будет немного другой.

Алгебраическая форма комплексного числа.
Сложение, вычитание, умножение и деление комплексных чисел

$z = a + bi$ – это и есть алгебраическая форма комплексного числа. Существуют еще тригонометрическая и показательная форма комплексных чисел

Сложение комплексных чисел

<u>Пример 1</u> Сложить два комплексных числа $z_1 = 1 + 3i$, $z_2 = 4 - 5i$

Для того чтобы сложить два комплексных числа нужно сложить их действительные и мнимые части:
$z_1 + z_2 = 1 + 3i + 4 - 5i = 5 - 2i$

Вычитание комплексных чисел

<u>Пример 2</u> Найти разности комплексных чисел $z_1 - z_2$ и $z_2 - z_1$, если $z_1 = -2 + i$, $z_2 = \sqrt{3} + 5i$

Действие аналогично сложению, единственная особенность состоит в том, что вычитаемое нужно взять в скобки, а затем – стандартно раскрыть эти скобки со сменой знака:

$$z_1 - z_2 = -2 + i - (\sqrt{3} + 5i) = -2 + i - \sqrt{3} - 5i = -2 - \sqrt{3} - 4i$$

Для наглядности ответ можно переписать так: $z_1 - z_2 = (-2 - \sqrt{3}) - 4i$.

Рассчитаем вторую разность:

$z_2 - z_1 = \sqrt{3} + 5i - (-2 + i) = \sqrt{3} + 5i + 2 - i = 2 + \sqrt{3} + 4i$

Здесь действительная часть тоже составная: $2 + \sqrt{3}$

Умножение комплексных чисел **Пример 3** **Найти произведение** $z_1 = 1 - i$**,** $z_2 = 3 + 6i$

$z_1 \cdot z_2 = (1 - i)(3 + 6i)$ Раскрыть скобки по правилу умножения многочленов. Чтобы умножить многочлен на многочлен нужно каждый член одного многочлена умножить на каждый член другого многочлена.Главное, помнить, что $i^2 = -1$ и быть внимательным.

$z_1 \cdot z_2 = (1 - i)(3 + 6i) = 1 \cdot 3 - i \cdot 3 + 1 \cdot 6i - i \cdot 6i = 3 - 3i + 6i + 6 = 9 + 3i$

Деление комплексных чисел **Пример 4**

Даны комплексные числа $z_1 = 13 + i$, $z_2 = 7 - 6i$. Найти частное $\frac{z_1}{z_2}$.

Составим частное:

$\frac{z_1}{z_2} = \frac{13 + i}{7 - 6i}$ Деление чисел осуществляется методом умножения знаменателя и числителя на сопряженное знаменателю выражение.

Вспоминаем формулу $(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$ и смотрим на наш знаменатель: $7 - 6i$. В знаменателе уже есть $(a - b)$, поэтому сопряженным выражением в данном случае является $(a + b)$, то есть $7 + 6i$

Согласно правилу, знаменатель нужно умножить на $7 + 6i$, и, чтобы ничего не изменилось, домножить числитель на то же самое число $7 + 6i$:

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{(13 + i)(7 + 6i)}{(7 - 6i)(7 + 6i)}$$

Далее в числителе нужно раскрыть скобки (перемножить два числа по правилу, рассмотренному в предыдущем пункте). А в знаменателе воспользоваться формулой $(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$ (помним, что $i^2 = -1$ и не путаемся в знаках!!!).

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{(13 + i)(7 + 6i)}{(7 - 6i)(7 + 6i)} = \frac{91 + 7i + 78i + 6i^2}{7^2 - (6i)^2} = \frac{91 + 7i + 78i - 6}{49 - (-36)} =$$

$$= \frac{85 + 85i}{49 + 36} = \frac{85 + 85i}{85} = 1 + i$$

Пример 5

$$z = \frac{1}{\sqrt{3} + i} = \frac{\sqrt{3} - i}{(\sqrt{3} + i)(\sqrt{3} - i)} = \frac{\sqrt{3} - i}{(\sqrt{3})^2 - (i)^2} = \frac{\sqrt{3} - i}{3 + 1} = \frac{\sqrt{3} - i}{4} = \frac{\sqrt{3}}{4} - \frac{1}{4}i$$

Пример 6

Даны два комплексных числа $z_1 = 5 + 2i$, $z_2 = 2 - 5i$. Найти их сумму, разность, произведение и частное.

Решение:

$z_1 + z_2 = 5 + 2i + 2 - 5i = 7 - 3i$

$z_1 - z_2 = 5 + 2i - (2 - 5i) = 5 + 2i - 2 + 5i = 3 + 7i$

$z_1 \cdot z_2 = (5 + 2i) \cdot (2 - 5i) = 10 + 4i - 25i + 10 = 20 - 21i$

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{5+2i}{2-5i} = \frac{(5+2i)(2+5i)}{(2-5i)(2+5i)} = \frac{10+4i+25i-10}{4+25} = \frac{29i}{29} = i$$

Пример 7: Решить уравнение. $4z^2 = -1$

Решение:

$4z^2 = -1$ $\quad z^2 = -\frac{1}{4}$ $\quad z_1 = -\frac{i}{2}$, $z_2 = \frac{i}{2}$

2.Линейная алгебра

2.1. Определители второго и третьего порядка

Определителем второго порядка называется число $\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} a_{12} \\ a_{21} a_{22} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}$.

Определителем третьего порядка называется число

$$D = \begin{vmatrix} a_{11}a_{12}a_{13} \\ a_{21}a_{22}a_{23} \\ a_{31}a_{32}a_{33} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} - a_{13}a_{22}a_{31} - a_{11}a_{23}a_{32} - a_{12}a_{21}a_{33}.$$

Пример 1

$$\begin{vmatrix} 3 & -3 \\ 4 & 1 \end{vmatrix} = 3 \cdot 1 - 4(-3) = 3 + 12 = 15$$

_Ответ. 15

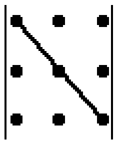
Пример 3 Вычислить определитель:

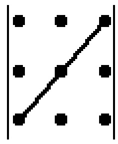
$$\begin{vmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 11 & 21 & -5 \\ 4 & 6 & 9 \end{vmatrix}$$

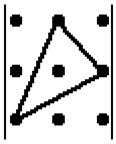
Решение:

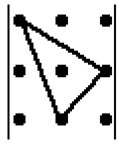
Воспользуемся правилом треугольников.

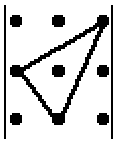
Объясним картинку подробно, т.е. распишем каждое слагаемое отдельно:

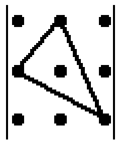

$= a_{11}a_{22}a_{33} = 2 \cdot 21 \cdot 9 = 378$


$= a_{13}a_{22}a_{31} = (-1) \cdot 21 \cdot 4 = -84$


$= a_{12}a_{23}a_{31} = 3 \cdot (-5) \cdot 4 = -60$


$= a_{11}a_{23}a_{32} = 2 \cdot (-5) \cdot 6 = -60$


$= a_{13}a_{21}a_{32} = 11 \cdot (-1) \cdot 6 = -66$


$= a_{12}a_{21}a_{33} = 3 \cdot 11 \cdot 9 = 297$

$$\begin{vmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 11 & 21 & -5 \\ 4 & 6 & 9 \end{vmatrix} = 378 - 60 - 66 - (-84 + 297 - 60) = 108$$

Ответ: 108

2.2. Решение систем линейных уравнений методом определителей (метод Крамера)

Рассмотрим систему уравнений $\begin{cases} a_1x + b_1y = s_1 \\ a_2x + b_2y = s_2 \end{cases}$

Вычислим определитель $\Delta = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}$, его называют главным определителем системы.

Если $\Delta = 0$, то система имеет бесконечно много решений или несовместна (не имеет решений).

Если $\Delta \neq 0$, то система имеет единственное решение, и для нахождения корней мы должны вычислить еще два определителя:

$\Delta_x = \begin{vmatrix} s_1 & b_1 \\ s_2 & b_2 \end{vmatrix}$ **и** $\Delta_y = \begin{vmatrix} a_1 & s_1 \\ a_2 & s_2 \end{vmatrix}$

На практике вышеуказанные определители также могут обозначаться латинской буквой D.

Корни уравнения находим по формулам:

$x = \dfrac{\Delta_x}{\Delta}$, $y = \dfrac{\Delta_y}{\Delta}$

<u>Пример 4</u> Решить систему линейных уравнений

$\begin{cases} 506a + 66b = 2315{,}1 \\ 66a + 11b = 392{,}3 \end{cases}$ **Решение:**

$$\Delta = \begin{vmatrix} 506 & 66 \\ 66 & 11 \end{vmatrix} = 506 \cdot 11 - 66 \cdot 66 = 5566 - 4356 = 1210 \neq 0$$

, значит, система имеет единственное решение.

$$\Delta_a = \begin{vmatrix} 2315{,}1 & 66 \\ 392{,}3 & 11 \end{vmatrix} = 2315{,}1 \cdot 11 - 392{,}3 \cdot 66 = 25466{,}1 - 25891{,}8 = -425{,}7$$

;

$$a = \frac{\Delta_a}{\Delta} = \frac{-425{,}7}{1210} \approx -0{,}35$$

$$\Delta_b = \begin{vmatrix} 506 & 2315{,}1 \\ 66 & 392{,}3 \end{vmatrix} = 506 \cdot 392{,}3 - 66 \cdot 2315{,}1 = 198503{,}8 - 152796{,}6 = 45707{,}2$$

;

$$b = \frac{\Delta_b}{\Delta} = \frac{45707{,}2}{1210} \approx 37{,}77$$

Ответ: $a \approx -0{,}35$, $b \approx 37{,}77$

Оба корня обладают бесконечными хвостами, и найдены приближенно.

Обязательным для оформления задания является: «≠0, значит, система имеет единственное решение».

Рассмотрим систему трех линейных уравнений с тремя неизвестными: x_1, x_2, x_3:

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 = b_2 \\ a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 = b_3 \end{cases}$$

(коэффициенты a_{ij} и свободные члены b_i считаются заданными).

Решение: составим определители $\Delta, \ \Delta x_1, \ \Delta x_2, \ \Delta x_3$:

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_{11}a_{12}a_{13} \\ a_{21}a_{22}a_{23} \\ a_{31}a_{32}a_{33} \end{vmatrix}, \quad \Delta x_1 = \begin{vmatrix} b_1a_{12}a_{13} \\ b_2a_{22}a_{23} \\ b_3a_{32}a_{33} \end{vmatrix}, \quad \Delta x_2 = \begin{vmatrix} a_{11}b_1a_{13} \\ a_{21}b_2a_{23} \\ a_{31}b_3a_{33} \end{vmatrix}, \quad \Delta x_3 = \begin{vmatrix} a_{11}a_{12}b_1 \\ a_{21}a_{22}b_2 \\ a_{31}a_{32}b_3 \end{vmatrix},$$

где Δ называют определителем системы, а определители Δx_i получены из основного определителя Δ заменой свободными членами b_i элементов соответствующего столбца.

$$\begin{cases} x_1 = \dfrac{\Delta x_1}{\Delta} \\ x_2 = \dfrac{\Delta x_2}{\Delta} \\ x_3 = \dfrac{\Delta x_3}{\Delta} \end{cases}$$

Особые случаи:

1) если $\Delta \neq 0$, то система имеет единственное решение;

2) если $\Delta = 0$, $\Delta x_i \neq 0$, то система несовместна;

3) если $\Delta = \Delta x_i = 0$, то система либо имеет бесконечное множество решений, либо она решений не имеет.

Пример 5

Решить систему линейных уравнений: $\begin{cases} x - 2y - 3z = 2 \\ 3x + y + 7x = 4 \\ 2x - 3y - z = 1 \end{cases}$

Решение: составим определители Δ, Δ_x, Δ_y, Δ_z и найдем их значения.

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1-2-3 \\ 3\ \ 1\ \ 7 \\ 2-3-1 \end{vmatrix} = 19 = 1\cdot1\cdot(-1)+(-2)\cdot7\cdot2+3\cdot(-3)\cdot(-3)\ -2\cdot1\cdot(-3)\ -3\cdot(-2)\cdot(-1)\ -7\cdot(-3)\cdot1 = -1\ -28+27+6-6+21$$

($\Delta \neq 0$, следовательно, система имеет единственное решение).

$$\Delta x = \begin{vmatrix} 2-2-3 \\ 4\ \ 1\ \ 7 \\ 1-3-1 \end{vmatrix} = 57 \qquad \Delta y = \begin{vmatrix} 1\ \ 2-3 \\ 3\ \ 4\ \ 7 \\ 2\ \ 1-1 \end{vmatrix} = 38 \qquad \Delta z = \begin{vmatrix} 1-2\ \ 2 \\ 3\ \ 1\ \ 4 \\ 2\text{ - }3\ \ 1 \end{vmatrix} = -19$$

Найдем решение системы: $\begin{cases} x = \dfrac{\Delta x}{\Delta} \\ y = \dfrac{\Delta y}{\Delta} \\ z = \dfrac{\Delta z}{\Delta} \end{cases}$ $\begin{cases} x = \dfrac{57}{19} = 3 \\ y = \dfrac{38}{19} = 2 \\ z = -\dfrac{19}{19} = -1 \end{cases}$ Ответ: (3; 2; –1).

3. Пределы. Производная.

Любой предел состоит из трех частей:

1) Всем известного значка предела $\lim$.

2) Записи под значком предела, в данном случае $x \to 1$. Запись читается «икс стремится к единице». На месте единицы может находиться совершенно любое число, а также бесконечность (∞).

3) Функции под знаком предела, в данном случае $\dfrac{2x^2 - 3x - 5}{x+1}$.

Сама запись $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{2x^2-3x-5}{x+1}$ читается так: «предел функции $\dfrac{2x^2-3x-5}{x+1}$ при икс стремящемся к единице».

Первое, что надо сделать при вычислении предела, подставить вместо x его значение, получили число - это и есть ответ, если получаем неопределенности, нужны специальные приемы.

Пример 1. Вычислить предел $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{8-2x^2}{x^2+4x-12}$

В данном случае неопределенность $\dfrac{0}{0}$.

Общее правило: если в числителе и знаменателе находятся многочлены, и имеется неопределенности вида $\dfrac{0}{0}$, то для ее раскрытия **нужно разложить числитель и знаменатель на множители**.

Разложим числитель и знаменатель на множители.

Числитель: $8-2x^2=2(4-x^2)=2(2-x)(2+x)$

Знаменатель:

$x^2+4x-12=0$

$D=16+48=64$

$\sqrt{D}=8$

$x_1=\dfrac{-4-8}{2}=-6$, $x_2=\dfrac{-4+8}{2}=2$

$x^2+4x-12=(x+6)(x-2)$

$$(*)=\lim_{x\to 2}\frac{2(2-x)(2+x)}{(x+6)(x-2)}=2\lim_{x\to 2}\frac{(2-x)(2+x)}{(x+6)(x-2)}=2\lim_{x\to 2}\frac{-(x-2)(2+x)}{(x+6)(x-2)}=$$

$$=-2\lim_{x\to 2}\frac{(2+x)}{(x+6)}=-2\cdot\frac{4}{8}=-1$$

Ответ. -1

Пример:2.

Вычислить предел $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2x^2-3x-5}{1+x+3x^2}$

. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2x^2-3x-5}{1+x+3x^2}=\dfrac{\infty}{\infty}=(*)$: **для того, чтобы раскрыть неопределенность** $\dfrac{\infty}{\infty}$ **необходимо разделить числитель и знаменатель на** x **в старшей степени.**

$\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2x^2-3x-5}{1+x+3x^2}$ Старшая степень в числителе равна двум.

$\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2x^2-3x-5}{1+x+3x^2}$ Старшая степень знаменателя равна двум.

Затем мы выбираем самую старшую степень числителя и знаменателя: в данном примере они совпадают и равны двойке.

Разделим числитель и знаменатель на x^2

$$(*)=\lim_{x\to\infty}\frac{\dfrac{2x^2-3x-5}{x^2}}{\dfrac{1+x+3x^2}{x^2}}=\lim_{x\to\infty}\frac{\dfrac{2x^2}{x^2}-\dfrac{3x}{x^2}-\dfrac{5}{x^2}}{\dfrac{1}{x^2}+\dfrac{x}{x^2}+\dfrac{3x^2}{x^2}}=\lim_{x\to\infty}\frac{2-\dfrac{3}{x}^{\to 0}-\dfrac{5}{x^2}^{\to 0}}{\dfrac{1}{x^2}^{\to 0}+\dfrac{1}{x}^{\to 0}+3}=\frac{2}{3}$$

Ответ.2/3

Произво́дная (функции в точке) — основное понятие , характеризующее скорость изменения функции (в данной точке). Определяется как **предел отношения приращения функции к приращению её аргумента при стремлении приращения аргумента к нулю**. Процесс вычисления производной называется **дифференци́рованием**

Если C — постоянное число и $f=f(x), g=g(x)$ — некоторые дифференцируемые функции, то справедливы следующие **правила дифференцирования**:

$$C'=0 \qquad x'=1 \qquad (f+g)'=f'+g'$$

$$\left(\frac{f}{g}\right)'=\frac{f'g-fg'}{g^2}$$ …(g ≠ 0)

Основные формулы дифференцирования:

1. $f(x)=c\ (c=\text{const})$. $\qquad f'(x)=0.$
2. $f(x)=x^p\ (p\in R)$. $\qquad f'(x)=p\cdot x^{p-1}.$
3. $f(x)=\sqrt{x}$. $\qquad f'(x)=\dfrac{1}{2\sqrt{x}}.$
4. $f(x)=\dfrac{1}{x}$. $\qquad f'(x)=-\dfrac{1}{x^2}.$
5. $f(x)=e^x$. $\qquad f'(x)=e^x.$
6. $f(x)=\ln x$. $\qquad f'(x)=\dfrac{1}{x}.$
7. $f(x)=\sin x$. $\qquad f'(x)=\cos x.$
8. $f(x)=\cos x$. $\qquad f'(x)=-\sin x.$
9. $f(x)=\text{tg}x.$ $\qquad f'(x)=\dfrac{1}{\cos^2 x}.$
10. $f(x)=\text{ctg}x.$ $\qquad f'(x)=-\dfrac{1}{\sin^2 x}.$

<u>**Пример 3**</u>. Найти производную функции y = $(5x^3$-8x-9)·sinx

Функция представлена произведением двух функций, поэтому используем правило

$$(fg)' = f'g + fg'$$

$y' = (5x^3-8x-9)'\cdot\sin x + (5x^3-8x-9)\cdot(\sin x)' = (*)$

$(5x^3-8x-9)'$ –используем $(Cf)' = Cf'$ и $(f+g)' = f' + g'$ и формулы 1 и 2

$(5x^3-8x-9)' = 5\cdot 3x^2 - 8\cdot 1 - 0 = 15x^2-8$ $(\sin x)' = \cos x$ получаем

$(*) y' = (5x^3-8x-9)'\cdot\sin x + (5x^3-8x-9)\cdot(\sin x)' = (15x^2-8)\cdot\sin x + (5x^3-8x-9)\cdot\cos x$

Ответ. $y' = (15x^2-8)\cdot\sin x + (5x^3-8x-9)\cdot\cos x$

Пример 4: Определить наибольшее и наименьшее значение функции $y = \frac{2}{3}x^3 - \frac{7}{2}x^2 - 15x$ на отрезке $[-5;7]$.

Решение: **Алгоритм решения задачи 4.**

1) Найти производную функции $f(x)$.
2) Найти стационарные точки (и точки, подозрительные на экстремум), решив уравнение $f'(x) = 0$. Обратить внимание на точки, в которых не существует производной.
3) Вычислить значения функции в стационарных точках и на границах интервала.
4) Выбрать из полученных значений наибольшее (наименьшее) и записать ответ.

1) Найти производную функции $f(x)$.

$y' = \left(\frac{2}{3}x^3 - \frac{7}{2}x^2 - 15x\right)' = 2x^2 - 7x - 15$

2) Найти стационарные точки (и точки, подозрительные на экстремум), решив уравнение $f'(x) = 0$. Обратить внимание на точки, в которых не существует производной.

$2x^2 - 7x - 15 = 0$

$D = 49 + 4\cdot 15\cdot 2 = 169$

$x_1 = \frac{7-13}{4} = -1,5; \quad x_2 = \frac{7+13}{4} = 5$

3) Вычислить значения функции в стационарных точках и на границах интервала.

$y(-5) = \frac{2(-5)^3}{3} - \frac{7(-5)^2}{2} - 15(-5) = \frac{-250}{3} - \frac{175}{2} + 75 = \frac{-500-525+450}{6} = \frac{-575}{6}$ наименьшее

$y(-1,5) = \frac{2}{3}\left(-\frac{3}{2}\right)^3 - \frac{7}{2}\left(-\frac{3}{2}\right)^2 - 15\left(-\frac{3}{2}\right) = -\frac{2}{3}\frac{27}{8} - \frac{7}{2}\frac{9}{4} + \frac{45}{2} = -\frac{18}{8} - \frac{63}{8} + \frac{180}{8} = \frac{99}{8}$ наибольш.

$$y(5)=\frac{2}{3}5^3-\frac{7}{2}5^2-15\cdot 5=\frac{250}{3}-\frac{175}{2}-75=\frac{500-525-450}{6}=\frac{-475}{6}$$
$$y(7)=\frac{2}{3}7^3-\frac{7}{2}7^2-15\cdot 7=\frac{686}{3}-\frac{343}{2}-105=\frac{343-630}{6}=-\frac{287}{6}$$

4) Выбрать из полученных значений наибольшее (наименьшее) и записать ответ.

Ответ. Функция на этом отрезке достигает своего наибольшего значения в точке с координатами $\left(-\frac{3}{2};\frac{99}{8}\right)$.

Функция на этом отрезке достигает своего наименьшего значения в точке с координатами $\left(-5;-\frac{575}{6}\right)$.

Исследование функции и построение графиков

Исследование функции целесообразно проводить по следующей схеме:
1. Найти область определения D(f) функции.
2. Установить четность или нечетность функции, ее периодичность.
Правило: 1) если f(–x) = f(x) на всей области определения, то f(x) – четная;
если f(–x) = – f(x) на всей области определения, то f(x) – нечетная;
2) если f(x) = f(x ± T) на всей области определения, то f(x) – периодическая, число T является периодом f(x).
3. Найти точки пересечения графика функции с осями координат.
Правило: 1) точки пересечения с осью OX устанавливаются решением уравнения f(x) = 0;
2) точки пересечения с осью OУ устанавливаются нахождением значения функции в точке x = 0.
4. Найти стационарные точки функции.
Правило: стационарные точки функции определяются из решения уравнения f'(x) = 0;
точки, в которых f'(x) = 0 или f'(x), не существуют или являются стационарными.
5. Найти промежутки монотонности функции.
Правило: исследовать знак f'(x) в промежутках, на которые стационарные точки делят область определения f(x) – функции.
В тех интервалах, где f'(x) > 0, функция возрастает, а где f'(x) < 0, – убывает.
6. Найти точки экстремума. Если при переходе через точку производная меняет знак с плюса на минус, то это точка максимума, если с минуса на плюс- то минимума.
7. Найти возможные точки перегиба графика функции.
Правило: 1) найти точки, в которых f''(x) = 0 или f''(x) не существует;
2) исследовать знак f''(x) в некоторой окрестности каждой из точек:
если f''(x) изменяет знак при переходе через такие точки, то они являются точками перегиба;
8. Найти направления выпуклости графика функции.
Правило: исследовать знак f''(x) в интервалах, на которые делят область определения функции f(x) возможные точки перегиба:
если f''(x) > 0 на рассматриваемом интервале, то график функции выпуклый вниз;
если f''(x) < 0 на рассматриваем интервале, то график выпуклый вверх.

9. Найти асимптоты графика функции.

Асимптотой кривой называется прямая, расстояние до которой от точки, лежащей на кривой, стремится к нулю при неограниченном удалении этой точки по кривой от начала координат.

Для того чтобы прямая x = b была вертикальной асимптотой к кривой графика функции f(x), необходимо и достаточно выполнение условия $\lim\limits_{x\to b} f(b) = \pm\infty$.

Для того чтобы прямая $y = kx + b$ была наклонной асимптотой к кривой графика функции *f(x)*, необходимо и достаточно выполнение условия

$$k = \lim_{x\to\infty} \frac{f(x)}{x},\ b = \lim_{x\to\infty}(f(x) - kx)$$

10. Построить график функции.

ПРИМЕР 5. Исследовать и построить график функции $f(x) = x^3 - 3x + 2$.

Решение:

1. $D(f) = R, E(f) = R$.

2. *f(x)* не является четной и не является нечетной, непериодическая: $f(-x) = (-x)^3 - 3(-x) + 2 = -x^3 + 3x + 2$, $f(-x) \neq f(x)$ $f(-x) \neq -f(x)$.

3. Точки пересечения графика функции с осями координат.

С осью ОХ: уравнение решается методом разложения на множители:

$x^3 - 3x + 2 = 0;\ x^3 - x - 2x + 2 = 0;\ x(x^2 - 1) - 2(x - 1) = 0;$

$(x-1)(x^2 + x - 2) = 0;\ (x - 1)(x-1)(x^2 + 2) = 0.$

Таким образом, $x_1 = 1$ и $x_2 = -2$ – корни уравнения, следовательно, значения функции в точках x_1 и x_2:

$f(1) = 1^3 - 3\cdot 1 + 2 = 0,$

$f(-2) = (-2)^3 - 3\cdot(-2) + 2 = 0,$

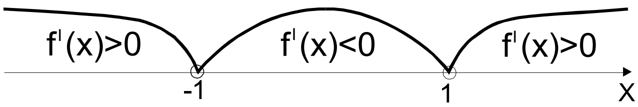
С осью ОУ: найдем значение функции в точке $x = 0$:

$f(0) = 0^3 - 3\cdot 0 + 2 = 2.$

4. Решая уравнение $f'(x) = 0$, определим стационарные точки функции.

$f'(x) = 3x^2 - 3,\ 3x^2 - 3 = 0,\ x_{1,2} = \pm 1.$

5. Промежутки монотонности функции найдем, исследуя знак $f'(x)$ на интервалах $(-\infty;-1),\ (-1;1)$ и $(1;+\infty)$



При $f'(x) > 0$ на интервалах $(-\infty;-1)$ и $(1;+\infty)$ $f(x)$ – возрастает;

при $f'(x) < 0$ на интервале $(-1;1)$ $f(x)$ – убывает.

6. Точки экстремума

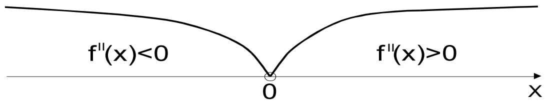
$x_{\max} = -1,\ f(x_{\max}) = f(-1) = 4,$

$x_{\min} = 1,\ f(x_{\min}) = f(1) = 0.$

7. Решая уравнение $f^{II}(x) = 0$, определим возможные точки перегиба графика функции:

$f^{II}(x) = 6x;\ 6x = 0,\ x = 0.$

8. Исследовав знак $f^{II}(x)$ на числовой оси при переходе через точку $x = 0$, определим направления выпуклости графика функции.

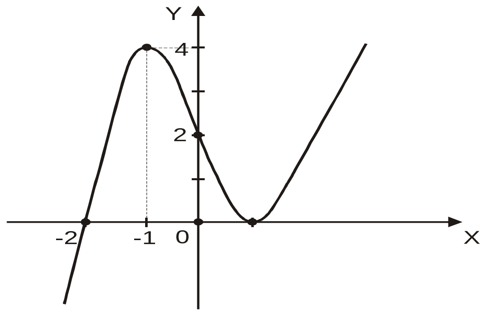


При $f^{II}(x) < 0$ на интервале $(-\infty;\ 0)$ график выпуклый верх.

При $f^{II}(x) > 0$ на интервале $(0;\ +\infty)$ график выпуклый вниз.

При $x = 0$ $f(0) = 0^3 - 3 \cdot 0 + 2 = 2$. $O(0;\ 2)$ – точка перегиба графика функции.

9. Асимптот у графика функции нет, поскольку $D(f) = E(f) = R$.



10. Построение графика выполняется в соответствии с исследованием функции.

4.Интеграл. Дифференциальные уравнения.

Нахождение производных и нахождение неопределенных интегралов (дифференцирование и интегрирование) – это два взаимно обратных действия

Решить интеграл – это значит найти определенную функцию $F(x)+C$, пользуясь некоторыми правилами, приемами и таблицей.

Любой неопределенный интеграл имеет вид:

$$\int f(x)dx = F(x)+C, \text{где } C = const$$

$\int$ – значок интеграла.

$f(x)$ – подынтегральная функция dx – значок дифференциала. При записи интеграла и в ходе решения важно не терять данный значок. Заметный недочет будет.

$f(x)dx$ – подынтегральное выражение

$F(x)$ – первообразная функция.

$F(x)+C$ – множество первообразных функций, в любом неопределенном интеграле к ответу приплюсовывается константа C.

Таблица основных неопределенных интегралов.

$$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C; \quad n \neq -1; \quad \int 0\, dx = C; \quad \int dx = x + C;$$

$$\int \frac{dx}{x} = \ln|\, x \,| + C; \qquad \int e^x \, dx = e^x + C;$$

$$\int a^x \, dx = \frac{a^x}{\ln a} + C \qquad (a > 0, \quad a \neq 1);$$

$$\int \sin x \, dx = -\cos x + C; \qquad \int \cos x \, dx = \sin x + C;$$

Основные методы интегрирования

u, v, w - это функции от x;   c - постоянная.

$$\int (u \pm v \pm w)\, dx = \int u \, dx \pm \int v \, dx \pm \int w \, dx;$$

$$\int c\, u \, dx = c \int u \, dx;$$

<u>Пример 1</u>

$$\int x^2(3+4x)^2 dx \overset{(1)}{=} \int x^2(9+24x+16x^2)dx \overset{(2)}{=} \int (9x^2+24x^3+16x^4)dx \overset{(3)}{=}$$

$$= 9\int x^2 dx + 24\int x^3 dx + 16\int x^4 dx \overset{(4)}{=} 9\cdot\frac{1}{3}x^3 + 24\cdot\frac{1}{4}x^4 + 16\cdot\frac{1}{5}x^5 + C \overset{(5)}{=}$$

$$= 3x^3 + 6x^4 + \frac{16}{5}x^5 + C, \text{ где } C = const$$

(1) Используем формулу квадрата суммы $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$, избавляясь от степени.

(2) Вносим x^2 в скобку, избавляясь от произведения.

(3) Используем свойства линейности интеграла (оба правила сразу), выносим постоянный множитель за знак интеграла, и записываем в виде суммы интегралов.

(4) Превращаем интегралы по табличной формуле $\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C \ (n \neq -1)$.

(5) Упрощаем ответ. Здесь следует обратить внимание на обыкновенную неправильную дробь $\frac{16}{5}$ – она несократима и в ответ входит именно в таком виде.

Решить определенный интеграл – это значит, найти число с помощью формулы Ньютона-Лейбница:

$$\int_a^b f(x)dx = F(X)\Big|_a^b = F(b) - F(a)$$

Этапы решения определенного интеграла:

1) Находим первообразную функцию $F(X)$ (неопределенный интеграл), константа C в определенном интеграле не добавляется. Обозначение $\Big|_a^b$ является чисто техническим, и вертикальная палочка не несет никакого математического смысла.

2) Подставляем значение верхнего предела в первообразную функцию: $F(b)$.

3) Подставляем значение нижнего предела в первообразную функцию: $F(a)$.

4) Рассчитываем разность $F(b) - F(a)$, то есть, находим число.

<u>Пример2</u>

Вычислить определенный интеграл

$$\int_{-2}^{4}(8+2x-x^2)dx$$

Решение:

$$\int_{-2}^{4}(8+2x-x^2)dx \overset{(1)}{=} 8\int_{-2}^{4}dx + 2\int_{-2}^{4}xdx - \int_{-2}^{4}x^2dx \overset{(2)}{=} 8(x)\Big|_{-2}^{4} + 2\cdot\frac{1}{2}(x^2)\Big|_{-2}^{4} - \frac{1}{3}(x^3)\Big|_{-2}^{4} \overset{(3)}{=}$$

$$= 8(4-(-2)) + (4^2-(-2)^2) - \frac{1}{3}(4^3-(-2)^3) = 8\cdot 6 + (16-4) - \frac{1}{3}(64+8) =$$

$$= 48 + 12 - 24 = 36$$

(1) Используем свойства линейности определенного интеграла.

(2) Интегрируем по таблице, при этом все константы выносим – они не будут участвовать в подстановке верхнего и нижнего предела.

(3) Для каждого из трёх слагаемых применяем формулу Ньютона-Лейбница:
$$F(X)\Big|_a^b = F(b) - F(a)$$

Можно сразу записать

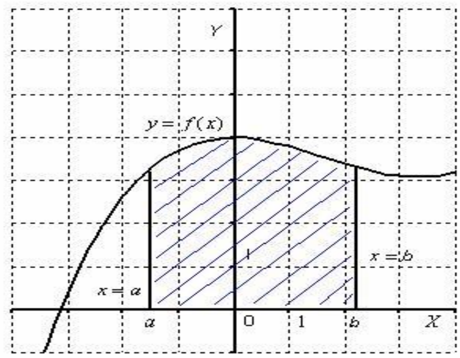
$$\int_{-2}^{4}(8+2x-x^2)dx = \left(8x + x^2 - \frac{x^3}{3}\right)\Bigg|_{-2}^{4} =$$

$$= \left(32+16-\frac{64}{3}\right) - \left(-16+4+\frac{8}{3}\right) = \frac{80}{3} + \frac{28}{3} = 36$$

Ответ. 36

Определенному интегралу (если он существует) геометрически соответствует площадь некоторой фигуры

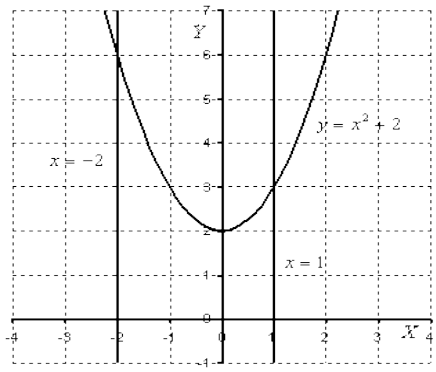
Криволинейной трапецией называется плоская фигура, ограниченная осью OX ,прямыми $x = a$, $x = b$ и графиком непрерывной на отрезке $[a;b]$ функции $y = f(x)$, которая не меняет знак на этом промежутке. Пусть данная фигура расположена не ниже оси абсцисс:



Тогда площадь криволинейной трапеции численно равна определенному интегралу $\int_a^b f(x)dx$ ..

Пример 3

Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x^2 + 2$, $x = -2$, $x = 1$, осью абсцисс.



Выполним чертеж , ось абсцисс- ось ОХ.

На отрезке $[-2;1]$ график функции $y = x^2 + 2$ расположен над осью OX , поэтому:

$$S = \int_{-2}^{1}(x^2+2)dx = \left(\frac{x^3}{3}+2x\right)\Big|_{-2}^{1} = \frac{1}{3}+2-\left(-\frac{8}{3}-4\right) = \frac{1}{3}+2+\frac{8}{3}+4 = 9$$

Ответ: $S = 9$ $ед^2$

Дифференциальные уравнения

Решить дифференциальное уравнение – это значит, найти **множество всех функций**, которые удовлетворяют данному уравнению. Такое множество функций часто имеет вид $y = f(x, C)$ (C – произвольная постоянная), который называется **общим решением дифференциального уравнения**.

Дифференциальное уравнение первого порядка имеет вид F(x, y,y’,y’’) = 0
первая производная функции: y’ = dy / dx

Способ - разделить переменные. **В левой части** оставить **только «игреки»**, а **в правой части только «иксы»**. Разделение переменных выполняется с помощью: вынесение за скобки, перенос слагаемых из части в часть со сменой знака, перенос множителей из части в часть по правилу пропорции и т.п. Затем - **интегрирование дифференциального уравнения**

Пример 4 Решить диф. уравнение (У-11)dx – (X+25)dy =0

– (X+25)dy = -(У-11)dx

(X+25)dy = (У-11)dx

dy = (У-11)dx/ (X+25)

dy/(У-11) = dx/ (X+25)

∫dy/(У-11) = ∫dx/ (X+25) Воспользуемся формулой

$$\int \frac{dx}{x} = \ln|\,x\,| + C;$$

, вместо х можно записать(х+любое число), получаем

Ln(y-11) = Ln(x+25)+ LnC по свойствам логарифмов имеем

Ln(y-11) = Ln(x+25)·C

(y-11) = (x+25)·C

y = (x+25)·C +11 - общее решение дифференциального уравнения.

Ответ. y = (x+25)·C +11

В дифференциальное уравнение второго порядка **обязательно** входит вторая производная y''
F(x, y,y',y'') = 0

Однородное ДУ второго порядка с постоянными коэффициентами имеет следующий вид: y'' + py' + qy = 0, где p и q – константы (числа), а в правой части – **строго** ноль.

Для того чтобы решить данное ДУ, нужно составить так называемое характеристическое уравнение:
$\lambda^2 + p\lambda + q = 0$ вместо второй производной записываем λ^2 ;вместо первой производной записываем просто «лямбду»; вместо функции y ничего не записываем.

Если характеристическое уравнение $\lambda^2 + p\lambda + q = 0$ имеет два **различных** действительных корня λ_1, λ_2 (т.е., если дискриминант $D > 0$), то общее решение однородного уравнения выглядит так:
$y = C_1 e^{\lambda_1 x} + C_2 e^{\lambda_2 x}$, где C_1, C_2 – константы.

Пример 5

Решить дифференциальное уравнение $y'' + y' - 2y = 0$

Решение: составим и решим характеристическое уравнение:

$\lambda^2 + \lambda - 2 = 0$

$D = 1 + 8 = 9; \sqrt{D} = 3$

$\lambda_1 = \frac{-1-3}{2} = -2$, $\lambda_2 = \frac{-1+3}{2} = 1$

Получены два различных действительных корня, по формуле $y = C_1e^{\lambda_1 x} + C_2e^{\lambda_2 x}$

получаем ответ $y = C_1e^{-2x} + C_2e^{x},\ где\ \ C_1, C_2 - const$

Ответ: общее решение: $y = C_1e^{-2x} + C_2e^{x},\ где\ \ C_1, C_2 - const$

5.Теория вероятности и математическая статистика.

Вероятностью события А называется отношение числа исходов m, благоприятствующих наступлению данного события А, к числу всех исходов n.

$$P(A) = \frac{m}{n}$$

Это равенство называют обычно классическим определением вероятности

Пример 1

В среднем из 1000 садовых насосов, поступивших в продажу, 5 подтекают. Найдите вероятность того, что один случайно выбранный для контроля насос не подтекает.

Решение.

в среднем из 1000 садовых насосов, поступивших в продажу, 1000 − 5 = 995 не подтекают. Значит, вероятность того, что один случайно выбранный для контроля насос не подтекает, равна

$$\frac{995}{1000} = 0,995.$$

Ответ: 0,995.

Пример 2

При изготовлении подшипников диаметром 68 мм вероятность того, что диаметр будет отличаться от заданного не больше, чем на 0,01 мм, равна 0,968. Найдите вероятность того, что случайный подшипник будет иметь диаметр меньше, чем 67,99 мм, или больше, чем 68,01 мм.

Решение.

По условию, диаметр подшипника будет лежать в пределах от 67,99 до 68,01 мм с вероятностью 0,968. Поэтому искомая вероятность противоположного события равна 1 − 0,968 = 0,032.

Ответ: 0,032.

Пример 3.

Распределение рабочих АО по уровню ежемесячной оплаты труда. Найти средний уровень.

Группы рабочих по оплате труда, тыс.руб.	до 5	5 - 6	6 - 7	7 - 8	8 - 9	9 и более
Число рабочих, чел. f	5	15	20	30	16	14

$$\bar{x}_{ap} = \frac{\sum x_i n_i}{n} = \frac{4{,}5*5 + 5{,}5*15 + 6{,}5*20 + 7{,}5*30 + 8{,}5*16 + 9{,}5*14}{5+15+20+30+16+14} = 7{,}29 \text{ тыс.р}$$

Средний уровень оплаты труда рабочих АО составляет 7,29 тыс. руб. в месяц.

Пример 4

Абонент забыл последние 2 цифры телефонного номера, но помнит, что они различны и образуют двузначное число, меньшее 30. С учетом этого он набирает наугад 2 цифры. Найти вероятность того, что это будут нужные цифры.

Решение: Используем классическое определение вероятности:

P=m/n, где m - число исходов, благоприятствующих осуществлению события, а n - число всех равновозможных элементарных исходов. m=1, так как только одно число правильное. Подсчитаем количество всех возможных двузначных чисел с разными цифрами, меньшее 30, которые может набрать абонент:

10 12 13 14 15 16 17 18 19
20 21 23 24 25 26 27 28 29

Таких чисел n=18 штук. Тогда искомая вероятность P=1/18 P=1/18.

Ответ: 1/18

Пример 5

Среднемесячная зарплата за вычетом налогов составила 8000рублей в базисном году и 10000 рублей в отчетном году. Потребительские цены повысились в отчетном году по сравнению с базисным в 1,5 раза. Рассчитайте индекс покупательной способности денег, индекс номинальной зарплаты и индекс реальной зарплаты.

Решение Индекс покупательной способности денег равен обратной величине индекса потребительских цен

Iпокуп.способ.денег.= 1/Iпотреб.цен Iпсд = 1/1.5 = 0,667 =66,7% Значит покупательная способность рубля снизилась на 100 – 66,7 = 33,3%

Индекс номинальной зарплаты равен отношению номинальной зарплаты в отчетном году и номинальной зарплаты в базисном году

Iном.зарпл. =Ном.ЗП.о/Ном.ЗП.б =10000 : 8000 = 1,25 = 125%. Значит номинальная зарплата выросла на 25%.

Реальная заработная плата равна номинальной зарплате умноженной на индекс покупательной способности рубля.

Индекс реальной зарплаты равен

Iреал.ЗП = Iном.зарпл · Iпокуп.способ.денег = 1,25·0,667 = 0,8338 =83,38% Значит реальная заработная плата снизилась на 100%-83,38% = 16,62%

Ответ. Iпсд= 66,7% Iном.зарпл = 125% Iреал.ЗП = 83,38%

6. Дискретная математика

Случайной называют *величину*, которая в результате испытания примет одно и только одно числовое значение, зависящее от случайных факторов и заранее непредсказуемое.

Пример: X – количество очков, которое выпадет после броска игрального кубика.

В результате данного испытания выпадет одна и только грань, какая именно – не предсказать ; при этом случайная величина X может принять одно из следующий значений:

$$x_1 = 1,\quad x_2 = 2,\quad x_3 = 3,\quad x_4 = 4,\quad x_5 = 5,\quad x_6 = 6.$$

Таким образом, случайные величины целесообразно разделить на 2 большие группы:

1) Дискретная *(прерывная)* случайная величина – принимает отдельно взятые, изолированные значения. Количество этих значений *конечно* либо *бесконечно, но счётно*.

2) Непрерывная случайная величина – принимает все числовые значения из некоторого конечного или бесконечного промежутка.

Закон распределения дискретной случайной величины

– это *соответствие* между возможными значениями этой величины и их вероятностями. Чаще всего закон записывают таблицей:

X	x_1	x_2	x_3	$\dots$	x_n
	p_1	p_2	p_3	$\dots$	p_n

Важный момент: поскольку случайная величина X *обязательно* примет одно из значений $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$, то соответствующие события образуют полную группу и сумма вероятностей их наступления равна единице:

$$p_1 + p_2 + p_3 + \dots + p_n = 1$$

или, если записать свёрнуто:

$$\sum_{i=1}^{n} p_i = 1$$

Так, например, закон распределения вероятностей выпавших на кубике очков имеет следующий вид:

X	1	2	3	4	5	6
	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$

Пример 1

Некоторая игра имеет следующий закон распределения выигрыша:

U	-5	$2{,}5$	10
	$0{,}5$	p_2	$0{,}1$

Найти p_2

Решение: так как случайная величина U может принять только одно из трёх значений, то соответствующие события образуют *полную группу*, а значит, сумма их вероятностей равна единице:

$p_1 + p_2 + p_3 = 1$

$0{,}5 + p_2 + 0{,}1 = 1$

$p_2 + 0{,}6 = 1 \quad \Rightarrow \quad p_2 = 1 - 0{,}6$ – таким образом, вероятность выигрыша $u_2 = 2{,}5$ условных единиц составляет 0,4.

Контроль: $p_1 + p_2 + p_3 = 0{,}5 + 0{,}4 + 0{,}1 = 1$, в чём и требовалось убедиться. Ответ: $p_2 = 0{,}4$

Пример 2

В коробке находятся 50 лотерейных билетов, среди которых 12 выигрышных, причём 2 из них выигрывают по 1000 рублей, а остальные – по 100 рублей. Составить закон распределения случайной величины V – размера выигрыша, если из коробки наугад извлекается один билет.

Решение: как вы заметили, значения случайной величины принято располагать в порядке их возрастания. Поэтому мы начинаем с самого маленького выигрыша, и именно $v_1 = 0$ рублей.

Всего таковых билетов 50 – 12 = 38, и по классическому определению:

$p_1 = \frac{38}{50} = 0{,}76$ – вероятность того, что наудачу извлечённый билет окажется безвыигрышным.

Вероятность выигрыша $v_2 = 100$ рублей составляет: $p_2 = \frac{10}{50} = 0{,}2$

И для $v_3 = 1000$: $p_3 = \frac{2}{50} = 0{,}04$ Проверка: $p_1 + p_2 + p_3 = 0{,}76 + 0{,}2 + 0{,}04 = 1$

Ответ: искомый закон распределения выигрыша:

V	0	100	1000
	0,76	0,2	0,04

Пример 3

Вероятность того, что стрелок поразит мишень, равна $p = 0,7$. Составить закон распределения случайной величины W – количества попаданий после 2 выстрелов.

Решение: *по условию* $p = 0,7$ *– вероятность попадания в мишень. Тогда:*
$q = 1 - p = 1 - 0,7 = 0,3$ *– вероятность промаха.*

Составим W *– закон распределения попаданий при двух выстрелах:*

$w_1 = 0$ *– ни одного попадания. По теореме умножения вероятностей независимых событий:*
$p_1 = qq = 0,3 \cdot 0,3 = 0,09$

$w_2 = 1$ *– одно попадание. По теоремам сложения вероятностей несовместных и умножения независимых событий:*
$p_2 = pq + qp = 0,7 \cdot 0,3 + 0,3 \cdot 0,7 = 0,21 + 0,21 = 0,42$

$w_3 = 2$ *– два попадания. По теореме умножения вероятностей независимых событий:*
$p_3 = pp = 0,7 \cdot 0,7 = 0,49$ *Проверка: 0,09 + 0,42 + 0,49 = 1*

Ответ:

W	0	1	2
	0,09	0,42	0,49

Закон распределения полностью описывает случайную величину, однако на практике бывает полезно знать лишь некоторые её *числовые характеристики*.

Математическое ожидание дискретной случайной величины

Говоря простым языком, это *среднеожидаемое значение* при многократном повторении испытаний. Пусть случайная величина X принимает значения $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ с вероятностями $p_1, p_2, p_3, \dots, p_n$ соответственно. Тогда математическое ожидание $M(X)$ данной случайной величины равно *сумме произведений* всех её значений на соответствующие вероятности:

$$M(X) = x_1 p_1 + x_2 p_2 + x_3 p_3 + \dots + x_n p_n$$

Вычислим, например, математическое ожидание случайной величины X – количества выпавших на игральном кубике очков:

$$M(X) = 1 \cdot \frac{1}{6} + 2 \cdot \frac{1}{6} + 3 \cdot \frac{1}{6} + 4 \cdot \frac{1}{6} + 5 \cdot \frac{1}{6} + 6 \cdot \frac{1}{6} = \frac{1+2+3+4+5+6}{6} = \frac{21}{6} = 3,5$$ очка

В чём состоит вероятностный смысл полученного результата? Если подбросить кубик достаточно много раз, то *среднее значение* выпавших очков будет близко к 3,5 – и чем больше провести испытаний, тем ближе. Теперь вспомним нашу гипотетическую игру:

U	-5	$2{,}5$	10
	$0{,}5$	$0{,}4$	$0{,}1$

Возникает вопрос: а выгодно ли вообще играть в эту игру? …у кого какие впечатления? Так ведь «навскидку» и не скажешь! Но на этот вопрос можно легко ответить, вычислив математическое ожидание, по сути – *средневзвешенный* по вероятностям выигрыш:

$M(U) = u_1p_1 + u_2p_2 + u_3p_3 = -5 \cdot 0{,}5 + 2{,}5 \cdot 0{,}4 + 10 \cdot 0{,}1 = -2{,}5 + 1 + 1 = -0{,}5$, таким образом, математическое ожидание данной игры проигрышно.

<u>Пример 4</u>

Мистер Х играет в европейскую рулетку по следующей системе: постоянно ставит 100 рублей на «красное». Составить закон распределения случайной величины X – его выигрыша. Вычислить математическое ожидание выигрыша и округлить его до копеек. Сколько *в среднем* проигрывает игрок с каждой поставленной сотни?

Справка: европейская рулетка содержит 18 красных, 18 чёрных и 1 зелёный сектор («зеро»). В случае выпадения «красного» игроку выплачивается удвоенная ставка, в противном случае она уходит в доход казино

Решение: *поскольку игрок выигрывает в 18 случаях из 37, то закон распределения его выигрыша имеет следующий вид:*

X	0	200
	$\frac{19}{37}$	$\frac{18}{37}$

Вычислим математическое ожидание:

$$M(X) = x_1p_1 + x_2p_2 = 0 \cdot \frac{19}{37} + 200 \cdot \frac{18}{37} = 0 + \frac{3600}{37} = \frac{3600}{37} \approx 97{,}30$$

Таким образом, с каждой поставленной сотни игрок в среднем проигрывает 2,7 рубля.

<u>Пример 5</u>

Случайная величина X задана своим законом распределения вероятностей:

X	-1	0	x_3	5
	$0{,}3$	$0{,}2$	$0{,}1$	$0{,}4$

Найти x_3, если известно, что $M(X) = 1{,}9$. Выполнить проверку.

Решение: *по определению математического ожидания:*

$$M(X) = x_1p_1 + x_2p_2 + x_3p_3 + x_4p_4$$

$$1{,}9 = -1 \cdot 0{,}3 + 0 \cdot 0{,}2 + x_3 \cdot 0{,}1 + 4 \cdot 0{,}5$$

поменяем части местами и проведём упрощения:

$-0,3+0+0,1x_3+2=1,9$

$0,1x_3+1,7=1,9$

$0,1x_3=1,9-1,7$

$0,1x_3=0,2$

таким образом:

$x_3=\frac{0,2}{0,1}=\frac{2}{1}=2$ *Выполним проверку:*

$M(X)=x_1p_1+x_2p_2+x_3p_3+x_4p_4=-1\cdot 0,3+0\cdot 0,2+2\cdot 0,1+4\cdot 0,5=$

$=-0,3+0+0,2+2=1,9$ *, что и требовалось проверить.* *Ответ:* $x_3=2$

Пример 6

Составить закон распределения числа поражений мишени из 5 выстрелов, если вероятность поражения при каждом выстреле равна 0,8.

Если в n-независимых испытаниях с одной и той же вероятностью P наступает некоторое событие, то случайная величина, представляющая собой число наступлений этого события при n-испытаниях, будет распределяться по биноминальному закону, где q = 1 – p.

x_i	0	1	2	…	i	…	n
$P(x_i)$	$C_n^0\cdot p^0\cdot q^n$	$C_n^1\cdot p^1\cdot q^{n-1}$	$C_n^2\cdot p^2\cdot q^{n-2}$	…	$C_n^i\cdot p^i\cdot q^{n-i}$	…	$C_n^n\cdot p^n\cdot q^0$

Решение:

X – случайная величина, характеризующая число поражений мишени.

n = 5 – по условию, *p* = 0,8 – по условию, *q* = 1 – 0,8 = 0,2.

А – событие, состоящее в том, что мишень поражена.

Найдем вероятность события А для каждого случая при 5 выстрелах:

$P(A_{5,0})=C_5^0p^0q^5=1\cdot 0,8^0\cdot 0,2^5=0,00032$ – вероятность промаха по мишени.

$P(A_{5,1})=C_5^1p^1q^4=5\cdot 0,8\cdot 0,2^4=0,0064$ – вероятность одного поражения.

$P(A_{5,2})=C_5^2p^2q^3=10\cdot 0,8^2\cdot 0,2^3=0,0512$ – вероятность двух поражений.

$P(A_{5,3})=C_5^3p^3q^2=10\cdot 0,8^3\cdot 0,2^2=0,2048$ – вероятность трех поражений.

$P(A_{5,4})=C_5^4p^4q^1=5\cdot 0,8^4\cdot 0,2=0,4096$ – вероятность четырех поражений

$P(A_{5,5})=C_5^5p^5q^0=1\cdot 0,8^5\cdot 0,2^0=0,32768$ – вероятность пяти поражений.

Следовательно, биноминальный закон распределения случайной величины X будет иметь вид:

x_i	0	1	2	3	4	5
$P(x_i)$	0,00032	0,0064	0,0512	0,2048	0,4096	0,32768

M(X) – математическое ожидание случайной величины X;

D(X) – дисперсия случайной величины.

Если случайная величина X распределена по закону

x_i	x_1	x_2	x_3	…	x_n
$P(x_i)$	$P(x_1)$	$P(x_2)$	$P(x_3)$	…	$P(x_n)$

то $M(X) = \sum_{i=1}^{n} x_i\, p(x_i)$, $D(X) = \sum_{i=1}^{n} (x_i - M(X))^2 \cdot p(x_i)$. $\sigma = \sqrt{D[X]}$

M(X)=0·0,00032+1·0,0064+2·0,0512+3·0,2048+4·0,4096+5·0,32768=4

Если случайная величина X распределяется по биноминальному закону, то математическое ожидание, дисперсия и среднее квадратичное отклонение могут быть найдены по следующим формулам:

$M(X) = n \cdot p,\ D(X) = n \cdot p \cdot q$. $\sigma = \sqrt{D[X]}$

M(X)=5·0,8=4 D(X)=5·0,8·0,2=0,8 $\sigma = \sqrt{D[X]}$ = $\sqrt{0,8}$ =0,89

Контрольная работа

Вариант 1

1.Комплекные числа

1.1 Построить на комплексной плоскости следующие комплексные числа:
Z_1=1 + 2i, Z_2=-1+ 2i, Z_3=-1- 2i , Z_4=1- 2i

1.2 Найти модули комплексных чисел $z = a + bi$: $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$

Z_1=65 + 72i, Z_2=-48 + 55i, Z_3=-84 - 13i , Z_4=112– 15 i

1.3 Выполнить действия $Z_1 + Z_2$, $Z_1 - Z_2$

Z_1=12 + 75i, Z_2=-39 + 51i

1.4 Выполнить действия $Z_1 * Z_2$, $Z_1 : Z_2$

Z_1=22 + 15i, Z_2=15 -22i

1.5 Решить уравнение

$25Z^2 + 324 = 0$

2.Линейная алгебра

Вычислить определители

2.1 $\begin{vmatrix} 5 & 2 \\ 3 & 7 \end{vmatrix}$ 2.2 $\begin{vmatrix} -2 & -8 \\ 9 & 7 \end{vmatrix}$ 2.3 $\begin{vmatrix} 6 & 0 & 5 \\ 0 & 2 & 0 \\ 4 & 0 & 9 \end{vmatrix}$

Решить системы уравнений

2.4 $\begin{cases} 5x + 2y = 11 \\ 4x - y = 14 \end{cases}$ 2.5 $\begin{cases} 3x + 4y + 2z = 8 \\ x + 5y + 2z = 5 \\ 2x + 3y + 4z = 3 \end{cases}$

3.Пределы. Производная.

Вычислить пределы

3.1 $\lim\limits_{x \to 3} \dfrac{4x^2 - 11x - 3}{3x^2 - 8x - 3}$ 3.2 $\lim\limits_{x \to \infty} \dfrac{1 + 2x + x^3}{10x^3 + x^2 - 80}$

3.3 Найти производную функции $y=(2x^3 - 5x)\cdot\sin x$

3.4 Найти наибольшее и наименьшее значение функции на отрезке

У= $3x^2 + 12x - 7$ [-3; 0]

3.5 Исследовать функцию и построить график $y = x^3 - 4x^2 - 3x + 6$

4.Интеграл. Дифференциальные уравнения.

Вычислить интегралы

4.1 $\int x(x+1)(5x-3)dx$

4.2 $\int_{-1}^{2} 4x(x-3)(2x+7)dx$

4.3 Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями: параболой $y=x^2+1$, прямыми x = -1, x = 2 и осью абсцисс

Решить дифференциальные уравнения

4.4 (У-1)dx – (Х+2)dy =0

4.5 Y’’-Y’-12Y=0

5. Теория вероятности и математическая статистика.

5.1 На экзамен вынесено 60 вопросов, Андрей не выучил 3 из них. Найдите вероятность того, что ему попадется выученный вопрос.

5.2 При изготовлении подшипников диаметром 67 мм вероятность того, что диаметр будет отличаться от заданного не больше, чем на 0,01 мм, равна 0,965. Найдите вероятность того, что случайный подшипник будет иметь диаметр меньше чем 66,99 мм или больше чем 67,01 мм.

5.3 Распределение рабочих АО по уровню ежемесячной оплаты труда

Группы рабочих по оплате труда, тыс.руб.	до 8	8 - 9	9 - 10	10 - 11	11 - 12	12 и более
Число рабочих, чел.	5	15	20	30	16	14

Определить средний уровень оплаты труда

5.4 Абонент забыл последние 2 цифры телефонного номера, но помнит, что они различны и образуют двузначное число, меньшее 33. С учетом этого он набирает наугад 2 цифры. Найти вероятность того, что это будут нужные цифры

5.5 Среднемесячная зарплата за вычетом налогов составила 10000рублей в базисном году и 12000 рублей в отчетном году. Потребительские цены повысились в отчетном году по сравнению с базисным в 1,5 раза. Рассчитайте индекс покупательной способности денег, индекс номинальной зарплаты и индекс реальной зарплаты.

6. Дискретная математика

6.1 Некоторая игра имеет следующий закон распределения выигрыша:

x	-3	-1	5	50	200
p	0,21	0,25	0.1	p	0,09

Найти p

6.2 В коробке находятся 160 лотерейных билетов, среди которых 10 выигрышных, причём 2 из них выигрывают по 1000 рублей, а остальные – по 100 рублей. Составить закон распределения случайной величины V – размера выигрыша, если из коробки наугад извлекается один билет.

6.3 Случайная величина X задана своим законом распределения вероятностей. Найти x, если M(x)=1,99

x	-1	0	x	6
p	0,24	0,25	0,41	0,1

6.4 Мистер X играет в европейскую рулетку по следующей системе: постоянно ставит 70 рублей на «красное». Составить закон распределения случайной величины X – его выигрыша. Вычислить математическое ожидание выигрыша и округлить его до копеек. Сколько *в среднем* выигрывает или проигрывает игрок с каждых поставленных 70 рублей?

Справка: европейская рулетка содержит 18 красных, 18 чёрных и 1 зелёный сектор («зеро»). В случае выпадения «красного» игроку выплачивается удвоенная ставка, в противном случае она уходит в доход казино

6.5 Составить закон распределения числа поражений мишени из 3 выстрелов, если вероятность поражения при каждом выстреле равна 0,8.Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратичное отклонение

Контрольная работа

Вариант 2

1.Комплекные числа

1.1 Построить на комплексной плоскости следующие комплексные числа:
Z_1=5 + 2i, Z_2=-5+ 2i, Z_3=-5- 2i , Z_4=5- 2i

1.2 Найти модули комплексных чисел $z = a + bi$: $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$

Z_1=45 + 28i, Z_2=-48 + 55i, Z_3=-84 - 13i , Z_4=12– 35 i

1.3 Выполнить действия $Z_1 + Z_2$, $Z_1 - Z_2$

Z_1=12 + 85i, Z_2=-49 + 51i

1.4 Выполнить действия $Z_1 * Z_2$, $Z_1 : Z_2$

Z_1=32 + 15i, Z_2=15 -32i

1.5 Решить уравнение

$25Z^2 + 841 = 0$

2.Линейная алгебра

Вычислить определители

2.1 $\begin{vmatrix} 6 & 2 \\ 3 & 7 \end{vmatrix}$ 2.2 $\begin{vmatrix} -2 & -8 \\ 9 & 5 \end{vmatrix}$ 2.3 $\begin{vmatrix} 6 & 0 & 5 \\ 0 & 2 & 0 \\ 4 & 0 & 8 \end{vmatrix}$

Решить системы уравнений

2.4 $\begin{cases} 5x + 2y = 8 \\ 4x - y = -17 \end{cases}$ 2.5 $\begin{cases} 3x + 4y + 2z = 8 \\ 2x + 10y + 4z = 10 \\ 2x + 3y + 4z = 3 \end{cases}$

3.Пределы. Производная.

Вычислить пределы

3.1 $\lim_{x \to 2} \frac{4x^2 - 6x - 4}{3x^2 - 5x - 2}$ 3.2 $\lim\limits_{x \to \infty} \frac{3 - 5x - 9x^3}{10x^3 - 6x - 9}$

3.3 Найти производную функции $y=(2x^4 - 5x)\cdot\sin x$

3.4 Найти наибольшее и наименьшее значение функции на отрезке

$У= 3x^2 + 18x - 7$ [-4; 0]

3.5 Исследовать функцию и построить график $y = 2x^3 - 3x^2 + 6$

4.Интеграл. Дифференциальные уравнения.

Вычислить интегралы

4.1 $\int x(2x+1)(5x-3)dx$

4.2 $\int_{-1}^{2} 4x(2x-3)(2x+7)dx$

4.3 Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями: параболой $y=x^2+1$, прямыми $x = -1$, $x = 1$ и осью абсцисс

Решить дифференциальные уравнения

4.4 (У-5)dx – (Х+3)dy =0

4.5 $Y''-Y'-6Y=0$

5. Теория вероятности и математическая статистика.

5.1 На экзамен вынесено 60 вопросов, Андрей не выучил 6 из них. Найдите вероятность того, что ему попадется выученный вопрос.

5.2 При изготовлении подшипников диаметром 65 мм вероятность того, что диаметр будет отличаться от заданного не больше, чем на 0,01 мм, равна 0,964. Найдите вероятность того, что случайный подшипник будет иметь диаметр меньше чем 64,99 мм или больше чем 66,01 мм.

5.3 Распределение рабочих АО по уровню ежемесячной оплаты труда

Группы рабочих по оплате труда, тыс.руб.	до 8	8 - 9	9 - 10	10 - 11	11 - 12	12 и более
Число рабочих, чел.	6	15	19	28	18	14

Определить средний уровень оплаты труда

5.4 Абонент забыл последние 2 цифры телефонного номера, но помнит, что они различны и образуют двузначное число, меньшее 29. С учетом этого он набирает наугад 2 цифры. Найти вероятность того, что это будут нужные цифры

5.5 Среднемесячная зарплата за вычетом налогов составила 10000рублей в базисном году и 12000 рублей в отчетном году. Потребительские цены повысились в отчетном году по сравнению с базисным на 30%. Рассчитайте индекс покупательной способности денег, индекс номинальной зарплаты и индекс реальной зарплаты.

6. Дискретная математика

6.1 Некоторая игра имеет следующий закон распределения выигрыша:

x	-3	-1	5	50	200
p	0,23	0,24	0.1	p	0,09

Найти p

6.2 В коробке находятся 120 лотерейных билетов, среди которых 11 выигрышных, причём 2 из них выигрывают по 1000 рублей, а остальные – по 100 рублей. Составить закон распределения случайной величины V – размера выигрыша, если из коробки наугад извлекается один билет.

6.3 Случайная величина X задана своим законом распределения вероятностей. Найти x, если M(x)=1,97

x	-1	0	x	6
p	0,23	0,25	0,42	0,1

6.4 Мистер X играет в европейскую рулетку по следующей системе: постоянно ставит 55 рублей на «красное». Составить закон распределения случайной величины X – его выигрыша. Вычислить математическое ожидание выигрыша и округлить его до копеек. Сколько *в среднем* выигрывает или проигрывает игрок с каждых поставленных 55 рублей?

Справка: европейская рулетка содержит 18 красных, 18 чёрных и 1 зелёный сектор («зеро»). В случае выпадения «красного» игроку выплачивается удвоенная ставка, в противном случае она уходит в доход казино

6.5 Составить закон распределения числа поражений мишени из 5 выстрелов, если вероятность поражения при каждом выстреле равна 0,7.Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратичное отклонение

Контрольная работа

Вариант 3

1.Комплекные числа

1.1 Построить на комплексной плоскости следующие комплексные числа:
Z_1=5 + i, Z_2=-5+ i, Z_3=-5- i , Z_4=5- i

1.2 Найти модули комплексных чисел $z = a + bi$: $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$

Z_1=65 + 72i, Z_2=-48 + 55i, Z_3=-84 - 13i , Z_4=24– 7 i

1.3 Выполнить действия $Z_1 + Z_2$, $Z_1 - Z_2$

Z_1=12 + 65i, Z_2=-79 + 51i

1.4 Выполнить действия $Z_1 * Z_2$, $Z_1 : Z_2$

Z_1=32 + 15i, Z_2=15 -32i

1.5 Решить уравнение

$25Z^2 + 676 = 0$

2.Линейная алгебра

Вычислить определители

2.1 $\begin{vmatrix} 8 & 2 \\ 3 & 7 \end{vmatrix}$ 2.2 $\begin{vmatrix} -2 & -8 \\ 7 & 9 \end{vmatrix}$ 2.3 $\begin{vmatrix} 6 & 0 & 5 \\ 0 & 3 & 0 \\ 7 & 0 & 8 \end{vmatrix}$

Решить системы уравнений

2.4 $\begin{cases} 5x + 2y = 6 \\ 4x - y = -16 \end{cases}$ 2.5 $\begin{cases} 6x + 8y + 4z = 16 \\ 2x + 10y + 4z = 10 \\ 2x + 3y + 4z = 3 \end{cases}$

3.Пределы. Производная.

Вычислить пределы

3.1 $\lim_{x \to 1} \frac{4x^2 - 3x - 1}{3x^2 - 2x - 1}$ 3.2 $\lim\limits_{x \to \infty} \frac{6 - 5x - 7x^3}{10x^3 - 6x - 9}$

3.3 Найти производную функции $y = (2x^4 - 5) \cdot \sin x$

3.4 Найти наибольшее и наименьшее значение функции на отрезке

$У = 3x^2 + 24x - 7$ [-5; 0]

3.5 Исследовать функцию и построить график $y = 2x^3 - 3x^2 - 12x+5$

4.Интеграл. Дифференциальные уравнения.

Вычислить интегралы

4.1 $\int x(2x + 3)(5x - 3)dx$

4.2 $\int_{-1}^{2} 4x(2x - 1)(2x + 7)dx$

4.3 Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями: параболой $y=x^2+1$, прямыми $x = -1$, $x = 3$ и осью абсцисс

Решить дифференциальные уравнения

4.4 (У-2)dx – (X+3)dy =0

4.5 $Y''-Y'-2Y=0$

5. Теория вероятности и математическая статистика.

5.1 На экзамен вынесено 60 вопросов, Андрей не выучил 12 из них. Найдите вероятность того, что ему попадется выученный вопрос.

5.2 При изготовлении подшипников диаметром 65 мм вероятность того, что диаметр будет отличаться от заданного не больше, чем на 0,01 мм, равна 0,934. Найдите вероятность того, что случайный подшипник будет иметь диаметр меньше чем 64,99 мм или больше чем 66,01 мм.

5.3 Распределение рабочих АО по уровню ежемесячной оплаты труда

Группы рабочих по оплате труда, тыс.руб.	до 8	8 - 9	9 - 10	10 - 11	11 - 12	12 и более
Число рабочих, чел.	6	18	19	28	18	11

Определить средний уровень оплаты труда

5.4 Абонент забыл последние 2 цифры телефонного номера, но помнит, что они различны и образуют двузначное число, меньшее 22. С учетом этого он набирает наугад 2 цифры. Найти вероятность того, что это будут нужные цифры

5.5 Среднемесячная зарплата за вычетом налогов составила 10000рублей в базисном году и 12000 рублей в отчетном году. Потребительские цены повысились в отчетном году по сравнению с базисным на 25%. Рассчитайте индекс покупательной способности денег, индекс номинальной зарплаты и индекс реальной зарплаты

6. Дискретная математика

6.1 Некоторая игра имеет следующий закон распределения выигрыша:

x	-3	-1	5	50	200
p	0,21	0,2	0.1	p	0,09

Найти p

6.2 В коробке находятся 150 лотерейных билетов, среди которых 14 выигрышных, причём 2 из них выигрывают по 1000 рублей, а остальные – по 100 рублей. Составить закон распределения случайной величины V – размера выигрыша, если из коробки наугад извлекается один билет.

6.3 Случайная величина X задана своим законом распределения вероятностей. Найти x, если M(x)=1,92

x	-1	0	x	6
p	0,27	0,24	0,41	0,08

6.4 Мистер Х играет в европейскую рулетку по следующей системе: постоянно ставит 95 рублей на «красное». Составить закон распределения случайной величины X – его выигрыша. Вычислить математическое ожидание выигрыша и округлить его до копеек. Сколько *в среднем* выигрывает или проигрывает игрок с каждых поставленных 95 рублей?

Справка: европейская рулетка содержит 18 красных, 18 чёрных и 1 зелёный сектор («зеро»). В случае выпадения «красного» игроку выплачивается удвоенная ставка, в противном случае она уходит в доход казино

6.5 Составить закон распределения числа поражений мишени из 5 выстрелов, если вероятность поражения при каждом выстреле равна 0,6.Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратичное отклонение

Контрольная работа

Вариант 4

1.Комплекные числа

1.1 Построить на комплексной плоскости следующие комплексные числа:
Z_1=5 + 4i, Z_2=-5+ 4i, Z_3=-5- 4i , Z_4=5- 4i

1.2 Найти модули комплексных чисел $z = a + bi$: $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$

Z_1=65 + 72i, Z_2=-48 + 55i, Z_3=-84 - 13i , Z_4=24– 7 i

1.3 Выполнить действия $Z_1 + Z_2$, $Z_1 - Z_2$

Z_1=12 + 35i, Z_2=-19 + 51i

1.4 Выполнить действия $Z_1 * Z_2$, $Z_1 : Z_2$

Z_1=52 + 15i, Z_2=15 -52i

1.5 Решить уравнение

$25Z^2 + 529 = 0$

2.Линейная алгебра

Вычислить определители

2.1 $\begin{vmatrix} 8 & 2 \\ 5 & 7 \end{vmatrix}$ 2.2 $\begin{vmatrix} -2 & -8 \\ 6 & 9 \end{vmatrix}$ 2.3 $\begin{vmatrix} 6 & 0 & 5 \\ 0 & 3 & 0 \\ 3 & 0 & 8 \end{vmatrix}$

Решить системы уравнений

2.4 $\begin{cases} 5x + 2y = 4 \\ 4x - y = 11 \end{cases}$ 2.5 $\begin{cases} 6x + 8y + 4z = 16 \\ x + 5y + 2z = 5 \\ 2x + 3y + 4z = 3 \end{cases}$

3.Пределы. Производная.

Вычислить пределы

3.1 $\lim_{x \to 1} \frac{4x^2 - 2x - 2}{3x^2 - x - 2}$ 3.2 $\lim_{x \to \infty} \frac{1 - 5x - 5x^3}{10x^3 - 6x - 9}$

3.3 Найти производную функции $y = (3x^4 - 5) \cdot \sin x$

3.4 Найти наибольшее и наименьшее значение функции на отрезке

$У = 3x^2 + 30x - 7 \quad [-6;\ 0]$

3.5 Исследовать функцию и построить график $y = 3x^3 - 9x+5$

4.Интеграл. Дифференциальные уравнения.

Вычислить интегралы

4.1 $\int x(2x+3)(x-3)dx$

4.2 $\int_{-1}^{2} 4x(2x-1)(2x+1)dx$

4.3 Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями: параболой $y=x^2+1$, прямыми $x = -1$, $x = 4$ и осью абсцисс

Решить дифференциальные уравнения

4.4 (У-1)dx – (Х+3)dy =0

4.5 Y’’-Y’-20Y=0

5. Теория вероятности и математическая статистика.

5.1 На экзамен вынесено 60 вопросов, Андрей не выучил 15 из них. Найдите вероятность того, что ему попадется выученный вопрос.

5.2 При изготовлении подшипников диаметром 66 мм вероятность того, что диаметр будет отличаться от заданного не больше, чем на 0,01 мм, равна 0,931. Найдите вероятность того, что случайный подшипник будет иметь диаметр меньше чем 65,99 мм или больше чем 66,01 мм.

5.3 Распределение рабочих АО по уровню ежемесячной оплаты труда

Группы рабочих по оплате труда, тыс.руб.	до 8	8 - 9	9 - 10	10 - 11	11 - 12	12 и более
Число рабочих, чел.	10	18	19	24	18	11

Определить средний уровень оплаты труда

5.4 Абонент забыл последние 2 цифры телефонного номера, но помнит, что они различны и образуют двузначное число, меньшее 28. С учетом этого он набирает наугад 2 цифры. Найти вероятность того, что это будут нужные цифры

5.5 Среднемесячная зарплата за вычетом налогов составила 10000рублей в базисном году и 12000 рублей в отчетном году. Потребительские цены повысились в отчетном году по сравнению с базисным в 1,4. Рассчитайте индекс покупательной способности денег, индекс номинальной зарплаты и индекс реальной зарплаты

6. Дискретная математика

6.1 Некоторая игра имеет следующий закон распределения выигрыша:

x	-3	-1	5	50	200
p	0,23	0,25	0.1	p	0,09

Найти p

6.2 В коробке находятся 120 лотерейных билетов, среди которых 10 выигрышных, причём 2 из них выигрывают по 1000 рублей, а остальные – по 100 рублей. Составить закон распределения случайной величины V – размера выигрыша, если из коробки наугад извлекается один билет.

6.3 Случайная величина X задана своим законом распределения вероятностей. Найти x, если M(x)=1,99

x	-1	0	x	6
p	0,23	0,25	0,42	0,1

6.4 Мистер X играет в европейскую рулетку по следующей системе: постоянно ставит 170 рублей на «красное». Составить закон распределения случайной величины X – его выигрыша. Вычислить математическое ожидание выигрыша и округлить его до копеек. Сколько *в среднем* выигрывает или проигрывает игрок с каждых поставленных 170 рублей?

Справка: европейская рулетка содержит 18 красных, 18 чёрных и 1 зелёный сектор («зеро»). В случае выпадения «красного» игроку выплачивается удвоенная ставка, в противном случае она уходит в доход казино

6.5 Составить закон распределения числа поражений мишени из 5 выстрелов, если вероятность поражения при каждом выстреле равна 0,6.Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратичное отклонение

Контрольная работа

Вариант 5

1.Комплекные числа

1.1 Построить на комплексной плоскости следующие комплексные числа:
Z_1=6 + 4i, Z_2=-6+ 4i, Z_3=-6 - 4i , Z_4=6- 4i

1.2 Найти модули комплексных чисел $z = a + bi$: $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$

Z_1=33 + 56i, Z_2=-45 + 28i, Z_3=-51 - 140i , Z_4=24– 7 i

1.3 Выполнить действия $Z_1 + Z_2$, $Z_1 - Z_2$

Z_1=12 + 65i, Z_2=-18 + 25i

1.4 Выполнить действия $Z_1 * Z_2$, $Z_1 : Z_2$

Z_1=32 + 45i, Z_2=45 -32i

1.5 Решить уравнение

$25Z^2 + 484 = 0$

2.Линейная алгебра

Вычислить определители

2.1 $\begin{vmatrix} 8 & 2 \\ 3 & 7 \end{vmatrix}$ 2.2 $\begin{vmatrix} -2 & -8 \\ 4 & 9 \end{vmatrix}$ 2.3 $\begin{vmatrix} 6 & 0 & 5 \\ 0 & 4 & 0 \\ 3 & 0 & 8 \end{vmatrix}$

Решить системы уравнений

2.4 $\begin{cases} 5x + 2y = 2 \\ 4x - y = 12 \end{cases}$ 2.5 $\begin{cases} 6x + 8y + 4z = 16 \\ x + 5y + 2z = 5 \\ 4x + 6y + 8z = 6 \end{cases}$

3.Пределы. Производная.

Вычислить пределы

3.1 $\lim_{x \to 1} \frac{4x^2 - x - 3}{3x^2 - x - 2}$ 3.2 $\lim_{x \to \infty} \frac{1 - 5x - 2x^3}{5x^3 - 6x - 9}$

3.3 Найти производную функции $y=(x^4 - 5x)\cdot \sin x$

3.4 Найти наибольшее и наименьшее значение функции на отрезке

$У= 3x^2 + 6x - 7$ [-6; 0]

3.5 Исследовать функцию и построить график $y = 2x^3 - 6x+5$

4.Интеграл. Дифференциальные уравнения.

Вычислить интегралы

4.1 $\int x(4x+3)(x-3)dx$

4.2 $\int_{-1}^{2} 4x(2x-1)(5x+1)dx$

4.3 Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями: параболой $y=x^2+1$, прямыми $x = -2$, $x = 4$ и осью абсцисс

Решить дифференциальные уравнения

4.4 (У-1)dx – (X+8)dy =0

4.5 Y’’-Y’-30Y=0

5. Теория вероятности и математическая статистика.

5.1 На экзамен вынесено 60 вопросов, Андрей не выучил 9 из них. Найдите вероятность того, что ему попадется выученный вопрос.

5.2 При изготовлении подшипников диаметром 66 мм вероятность того, что диаметр будет отличаться от заданного не больше, чем на 0,01 мм, равна 0,939. Найдите вероятность того, что случайный подшипник будет иметь диаметр меньше чем 65,99 мм или больше чем 66,01 мм.

5.3 Распределение рабочих АО по уровню ежемесячной оплаты труда

Группы рабочих по оплате труда, тыс.руб.	до 8	8 - 9	9 - 10	10 - 11	11 - 12	12 и более
Число рабочих, чел.	8	20	19	24	18	15

Определить средний уровень оплаты труда

5.4 Абонент забыл последние 2 цифры телефонного номера, но помнит, что они различны и образуют двузначное число, меньшее 31. С учетом этого он набирает наугад 2 цифры. Найти вероятность того, что это будут нужные цифры

5.5 Среднемесячная зарплата за вычетом налогов составила 10000рублей в базисном году и 12000 рублей в отчетном году. Потребительские цены повысились в отчетном году по сравнению с базисным в 1,3. Рассчитайте индекс покупательной способности денег, индекс номинальной зарплаты и индекс реальной зарплаты

6. Дискретная математика

6.1 Некоторая игра имеет следующий закон распределения выигрыша:

x	-3	-1	5	50	200
p	0,23	0,26	0.1	p	0,09

Найти p

6.2 В коробке находятся 200 лотерейных билетов, среди которых 10 выигрышных, причём 2 из них выигрывают по 1000 рублей, а остальные – по 100 рублей. Составить закон распределения случайной величины V – размера выигрыша, если из коробки наугад извлекается один билет.

6.3 Случайная величина X задана своим законом распределения вероятностей. Найти x, если M(x)=1,94

x	-1	0	x	6
p	0,22	0,28	0,4	0,1

6.4 Мистер X играет в европейскую рулетку по следующей системе: постоянно ставит 140 рублей на «красное». Составить закон распределения случайной величины X – его выигрыша. Вычислить математическое ожидание выигрыша и округлить его до копеек. Сколько *в среднем* выигрывает или проигрывает игрок с каждых поставленных 140 рублей?

Справка: европейская рулетка содержит 18 красных, 18 чёрных и 1 зелёный сектор («зеро»). В случае выпадения «красного» игроку выплачивается удвоенная ставка, в противном случае она уходит в доход казино

6.5 Составить закон распределения числа поражений мишени из 4 выстрелов, если вероятность поражения при каждом выстреле равна 0,6.Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратичное отклонение.

Контрольная работа

Вариант 6

1.Комплекные числа

1.1 Построить на комплексной плоскости следующие комплексные числа:
Z_1=5 + 4i, Z_2=-5 + 4i, Z_3=-5 - 4i , Z_4=5 - 4i

1.2 Найти модули комплексных чисел $z = a + bi$: $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$

Z_1=12 + 35i, Z_2=-45 + 28i, Z_3=-33 - 56i , Z_4=84 – 13 i

1.3 Выполнить действия $Z_1 + Z_2$, $Z_1 - Z_2$

Z_1=32 + 65i, Z_2=-48 + 15i

1.4 Выполнить действия $Z_1 * Z_2$, $Z_1 : Z_2$

Z_1=52 + 15i, Z_2=15 -52i

1.5 Решить уравнение

$25Z^2 + 676 = 0$

2.Линейная алгебра

Вычислить определители

2.1 $\begin{vmatrix} 8 & 2 \\ 3 & 3 \end{vmatrix}$ 2.2 $\begin{vmatrix} -2 & -8 \\ 4 & 4 \end{vmatrix}$ 2.3 $\begin{vmatrix} 6 & 0 & 5 \\ 0 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & 8 \end{vmatrix}$

Решить системы уравнений

2.4 $\begin{cases} 5x + 2y = 0 \\ 4x - y = 13 \end{cases}$ 2.5 $\begin{cases} 3x + 4y + 2z = 8 \\ x + 5y + 2z = 5 \\ 4x + 6y + 8z = 6 \end{cases}$

3.Пределы. Производная.

Вычислить пределы

3.1 $\lim_{x\to 1} \frac{4x^2-3x-1}{3x^2-x-2}$ 3.2 $\lim\limits_{x \to \infty} \frac{2-5x-3x^3}{5x^3-6x-9}$

3.3 Найти производную функции $y=(x^4 - x)\cdot\sin x$

3.4 Найти наибольшее и наименьшее значение функции на отрезке

$У= 3x^2 + 6x - 1$ [-5; 0]

3.5 Исследовать функцию и построить график $y = 2x^3 - 24x+5$

4.Интеграл. Дифференциальные уравнения.

Вычислить интегралы

4.1 $\int x(4x+3)(x-7)dx$

4.2 $\int_{-1}^{2} 4x(2x-5)(x+1)dx$

4.3 Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями: параболой $y=x^2+1$, прямыми $x = -2$, $x = 3$ и осью абсцисс

Решить дифференциальные уравнения

4.4 (У-5)dx – (Х+8)dy =0

4.5 Y’’-3Y’+2Y=0

5. Теория вероятности и математическая статистика.

5.1 На экзамен вынесено 60 вопросов, Андрей не выучил 18 из них. Найдите вероятность того, что ему попадется выученный вопрос.

5.2 При изготовлении подшипников диаметром 66 мм вероятность того, что диаметр будет отличаться от заданного не больше, чем на 0,01 мм, равна 0,929. Найдите вероятность того, что случайный подшипник будет иметь диаметр меньше чем 65,99 мм или больше чем 66,01 мм.

5.3 Распределение рабочих АО по уровню ежемесячной оплаты труда

Группы рабочих по оплате труда, тыс.руб.	до 8	8 - 9	9 - 10	10 - 11	11 - 12	12 и более
Число рабочих, чел.	8	20	21	24	18	13

Определить средний уровень оплаты труда

5.4 Абонент забыл последние 2 цифры телефонного номера, но помнит, что они различны и образуют двузначное число, меньшее 36. С учетом этого он набирает наугад 2 цифры. Найти вероятность того, что это будут нужные цифры

5.5 Среднемесячная зарплата за вычетом налогов составила 10000рублей в базисном году и 12000 рублей в отчетном году. Потребительские цены повысились в отчетном году по сравнению с базисным в 1,25. Рассчитайте индекс покупательной способности денег, индекс номинальной зарплаты и индекс реальной зарплаты

6. Дискретная математика

6.1 Некоторая игра имеет следующий закон распределения выигрыша:

x	-3	-1	5	50	200
p	0,23	0,28	0.1	p	0,09

Найти p

6.2 В коробке находятся 100 лотерейных билетов, среди которых 11 выигрышных, причём 2 из них выигрывают по 1000 рублей, а остальные – по 100 рублей. Составить закон распределения случайной величины V – размера выигрыша, если из коробки наугад извлекается один билет.

6.3 Случайная величина X задана своим законом распределения вероятностей. Найти x, если M(x)=1,93

x	-1	0	x	6
p	0,21	0,29	0,4	0,1

6.4 Мистер Х играет в европейскую рулетку по следующей системе: постоянно ставит 200 рублей на «красное». Составить закон распределения случайной величины X – его выигрыша. Вычислить математическое ожидание выигрыша и округлить его до копеек. Сколько *в среднем* выигрывает или проигрывает игрок с каждых поставленных 200 рублей?

Справка: европейская рулетка содержит 18 красных, 18 чёрных и 1 зелёный сектор («зеро»). В случае выпадения «красного» игроку выплачивается удвоенная ставка, в противном случае она уходит в доход казино

6.5 Составить закон распределения числа поражений мишени из 4 выстрелов, если вероятность поражения при каждом выстреле равна 0,7.Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратичное отклонение.

Контрольная работа

Вариант 7

1.Комплекные числа

1.1 Построить на комплексной плоскости следующие комплексные числа:
$Z_1=3+5i$, $Z_2=-3+5i$, $Z_3=-3-5i$, $Z_4=3-5i$

1.2 Найти модули комплексных чисел $z=a+bi$: $|z|=\sqrt{a^2+b^2}$

$Z_1=80+39i$, $Z_2=-15+112i$, $Z_3=-51-140i$, $Z_4=7-24i$

1.3 Выполнить действия Z_1+Z_2, Z_1-Z_2

$Z_1=13+55i$, $Z_2=-28+45i$

1.4 Выполнить действия $Z_1 * Z_2$, $Z_1 : Z_2$

$Z_1=51+25i$, $Z_2=25-51i$

1.5 Решить уравнение

$25Z^2+961=0$

2.Линейная алгебра

Вычислить определители

2.1 $\begin{vmatrix} 9 & 2 \\ 3 & 3 \end{vmatrix}$ 2.2 $\begin{vmatrix} -2 & -8 \\ 9 & 4 \end{vmatrix}$ 2.3 $\begin{vmatrix} 6 & 0 & 5 \\ 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 8 \end{vmatrix}$

Решить системы уравнений

2.4 $\begin{cases} 5x+2y=-2 \\ 4x-y=14 \end{cases}$ 2.5 $\begin{cases} 3x+4y+2z=8 \\ 2x+10y+4z=10 \\ 4x+6y+8z=6 \end{cases}$

3.Пределы. Производная.

Вычислить пределы

3.1 $\lim_{x\to 1}\frac{4x^2-3x-1}{3x^2-2x-1}$ 3.2 $\lim_{x\to\infty}\frac{2-5x-4x^3}{5x^3-6x-9}$

3.3 Найти производную функции $y=(x^4-9x)\cdot\sin x$

3.4 Найти наибольшее и наименьшее значение функции на отрезке

$У=3x^2+6x-3$ $[-5;\ 0]$

3.5 Исследовать функцию и построить график $y = x^3 - 12x+5$

4.Интеграл. Дифференциальные уравнения.

Вычислить интегралы

4.1 $\int x(x+3)(x-7)dx$

4.2 $\int_{-1}^{2} x(2x-5)(x+1)dx$

4.3 Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями: параболой $y=x^2+1$, прямыми $x = -2$, $x = 2$ и осью абсцисс

Решить дифференциальные уравнения

4.4 (У-5)dx – (Х+1)dy =0

4.5 Y’’-5Y’+6Y=0

5. Теория вероятности и математическая статистика.

5.1 На экзамен вынесено 60 вопросов, Андрей не выучил 21 из них. Найдите вероятность того, что ему попадется выученный вопрос.

5.2 При изготовлении подшипников диаметром 62 мм вероятность того, что диаметр будет отличаться от заданного не больше, чем на 0,01 мм, равна 0,929. Найдите вероятность того, что случайный подшипник будет иметь диаметр меньше чем 61,99 мм или больше чем 62,01 мм.

5.3 Распределение рабочих АО по уровню ежемесячной оплаты труда

Группы рабочих по оплате труда, тыс.руб.	до 8	8 - 9	9 - 10	10 - 11	11 - 12	12 и более
Число рабочих, чел.	11	20	21	24	18	10

Определить средний уровень оплаты труда

5.4 Абонент забыл последние 2 цифры телефонного номера, но помнит, что они различны и образуют двузначное число, меньшее 38. С учетом этого он набирает наугад 2 цифры. Найти вероятность того, что это будут нужные цифры.

5.5 Среднемесячная зарплата за вычетом налогов составила 10000рублей в базисном году и 12000 рублей в отчетном году. Потребительские цены повысились в отчетном году по сравнению с базисным на 30%. Рассчитайте индекс покупательной способности денег, индекс номинальной зарплаты и индекс реальной зарплаты

6. Дискретная математика

6.1 Некоторая игра имеет следующий закон распределения выигрыша:

x	-3	-1	5	50	200
p	0,26	0,28	0.13	p	0,09

Найти р

6.2 В коробке находятся 70 лотерейных билетов, среди которых 10 выигрышных, причём 2 из них выигрывают по 1000 рублей, а остальные – по 100 рублей. Составить закон распределения случайной величины V – размера выигрыша, если из коробки наугад извлекается один билет.

6.3 Случайная величина X задана своим законом распределения вероятностей. Найти x, если M(x)=1,97

x	-1	0	x	6
p	0,21	0,29	0,4	0,1

6.4 Мистер Х играет в европейскую рулетку по следующей системе: постоянно ставит 120 рублей на «красное». Составить закон распределения случайной величины X – его выигрыша. Вычислить математическое ожидание выигрыша и округлить его до копеек. Сколько *в среднем* выигрывает или проигрывает игрок с каждых поставленных 120 рублей?

Справка: европейская рулетка содержит 18 красных, 18 чёрных и 1 зелёный сектор («зеро»). В случае выпадения «красного» игроку выплачивается удвоенная ставка, в противном случае она уходит в доход казино

6.5 Составить закон распределения числа поражений мишени из 4 выстрелов, если вероятность поражения при каждом выстреле равна 0,8.Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратичное отклонение

Контрольная работа

Вариант 8

1.Комплекные числа

1.1 Построить на комплексной плоскости следующие комплексные числа:
Z_1=2 + 3i, Z_2=-2 + 3i, Z_3=-2 - 3i , Z_4=2 - 3i

1.2 Найти модули комплексных чисел $z = a + bi$: $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$

Z_1=112 + 15i, Z_2=-80 + 39i, Z_3=-72 - 65i , Z_4=48 – 55 i

1.3 Выполнить дейстия $Z_1 + Z_2$, $Z_1 - Z_2$

Z_1=112 + 15i, Z_2=-24 + 7i

1.4 Выполнить действия $Z_1 * Z_2$, $Z_1 : Z_2$

Z_1=112 + 15i, Z_2=15 -112i

1.5 Решить уравнение

$25Z^2 + 841 = 0$

2.Линейная алгебра

Вычислить определители

2.1 $\begin{vmatrix} 9 & 2 \\ 3 & 2 \end{vmatrix}$ 2.2 $\begin{vmatrix} -2 & -8 \\ 3 & 4 \end{vmatrix}$ 2.3 $\begin{vmatrix} 6 & 0 & 5 \\ 0 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 7 \end{vmatrix}$

Решить системы уравнений

2.4 $\begin{cases} 5x + 2y = -11 \\ 4x - y = -14 \end{cases}$ 2.5 $\begin{cases} 3x + 4y + 2z = 8 \\ x + 5y + 2z = 5 \\ 4x + 6y + 8z = 6 \end{cases}$

3.Пределы. Производная.

Вычислить пределы

3.1 $\lim_{x\to 1} \frac{4x^2 - x - 3}{3x^2 - 2x - 1}$ 3.2 $\lim_{x \to \infty} \frac{2 - 5x - 6x^3}{5x^3 - 6x - 1}$

3.3 Найти производную функции $y=(x^4 - 7x) \cdot \sin x$

3.4 Найти наибольшее и наименьшее значение функции на отрезке

$У= 3x^2 + 6x - 10$ [-4; 0]

3.5 Исследовать функцию и построить график $y = x^3 - 27x+1$

4.Интеграл. Дифференциальные уравнения.

Вычислить интегралы

4.1 $\int x(x+7)(x-5)dx$

4.2 $\int_{-1}^{2} x(x-5)(x+1)dx$

4.3 Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями: параболой $y=x^2+1$, прямыми $x = -2$, $x = 1$ и осью абсцисс

Решить дифференциальные уравнения

4.4 (У-5)dx – (X+9)dy =0

4.5 $Y''-6Y'+8Y=0$

5. Теория вероятности и математическая статистика.

5.1 На экзамен вынесено 60 вопросов, Андрей не выучил 24 из них. Найдите вероятность того, что ему попадется выученный вопрос.

5.2 При изготовлении подшипников диаметром 62 мм вероятность того, что диаметр будет отличаться от заданного не больше, чем на 0,01 мм, равна 0,989. Найдите вероятность того, что случайный подшипник будет иметь диаметр меньше чем 61,99 мм или больше чем 62,01 мм.

5.3 Распределение рабочих АО по уровню ежемесячной оплаты труда

Группы рабочих по оплате труда, тыс.руб.	до 8	8 - 9	9 - 10	10 - 11	11 - 12	12 и более
Число рабочих, чел.	11	19	18	22	23	7

Определить средний уровень оплаты труда

5.4 Абонент забыл последние 2 цифры телефонного номера, но помнит, что они различны и образуют двузначное число, меньшее 33. С учетом этого он набирает наугад 2 цифры. Найти вероятность того, что это будут нужные цифры.

5.5 Среднемесячная зарплата за вычетом налогов составила 10000рублей в базисном году и 12000 рублей в отчетном году. Потребительские цены повысились в отчетном году по сравнению с базисным на 40%. Рассчитайте индекс покупательной способности денег, индекс номинальной зарплаты и индекс реальной зарплаты

6. Дискретная математика

6.1 Некоторая игра имеет следующий закон распределения выигрыша:

x	-3	-1	5	50	200
p	0,27	0,28	0.11	p	0,09

Найти р

6.2 В коробке находятся 60 лотерейных билетов, среди которых 11 выигрышных, причём 2 из них выигрывают по 1000 рублей, а остальные – по 100 рублей. Составить закон распределения случайной величины V – размера выигрыша, если из коробки наугад извлекается один билет.

6.3 Случайная величина X задана своим законом распределения вероятностей. Найти x, если M(x)=1,95

x	-1	0	x	6
p	0,21	0,28	0,4	0,11

6.4 Мистер Х играет в европейскую рулетку по следующей системе: постоянно ставит 150 рублей на «красное». Составить закон распределения случайной величины X – его выигрыша. Вычислить математическое ожидание выигрыша и округлить его до копеек. Сколько *в среднем* выигрывает или проигрывает игрок с каждых поставленных 150 рублей?

Справка: европейская рулетка содержит 18 красных, 18 чёрных и 1 зелёный сектор («зеро»). В случае выпадения «красного» игроку выплачивается удвоенная ставка, в противном случае она уходит в доход казино

6.5 Составить закон распределения числа поражений мишени из 4 выстрелов, если вероятность поражения при каждом выстреле равна 0,9.Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратичное отклонение.

Контрольная работа

Вариант 9

1.Комплекные числа

1.1 Построить на комплексной плоскости следующие комплексные числа:
$Z_1=3+3i$, $Z_2=-3+3i$, $Z_3=-3-3i$, $Z_4=3-3i$

1.2 Найти модули комплексных чисел $z=a+bi$: $|z|=\sqrt{a^2+b^2}$

$Z_1=28+45i$, $Z_2=-12+35i$, $Z_3=-24-7i$, $Z_4=140-51i$

1.3 Выполнить действия Z_1+Z_2 , Z_1-Z_2

$Z_1=28+45i$, $Z_2=-12+35i$

1.4 Выполнить действия $Z_1 * Z_2$, $Z_1 : Z_2$

$Z_1=28+45i$, $Z_2=45-28i$

1.5 Решить уравнение

$25Z^2+289=0$

2.Линейная алгебра

Вычислить определители

2.1 $\begin{vmatrix} 7 & 2 \\ 3 & 2 \end{vmatrix}$ 2.2 $\begin{vmatrix} -2 & -9 \\ 3 & 5 \end{vmatrix}$ 2.3 $\begin{vmatrix} 4 & 0 & 5 \\ 0 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 7 \end{vmatrix}$

Решить системы уравнений

2.4 $\begin{cases} 5x+2y=-16 \\ 4x-y=-18 \end{cases}$ 2.5 $\begin{cases} 3x+4y+2z=8 \\ 3x+15y+6z=15 \\ 4x+6y+8z=6 \end{cases}$

3.Пределы. Производная.

Вычислить пределы

3.1 $\lim_{x\to 1}\frac{4x^2-3x-1}{3x^2-2x-1}$ 3.2 $\lim_{x\to\infty}\frac{8-5x-7x^3}{5x^3-6x-1}$

3.3 Найти производную функции $y=(2x^4-7x)\cdot\sin x$

3.4 Найти наибольшее и наименьшее значение функции на отрезке

$У=3x^2+6x-10$ $[-3;\ 0]$

3.5 Исследовать функцию и построить график $y = x^3 - 3x+12$

4.Интеграл. Дифференциальные уравнения.

Вычислить интегралы

4.1 $\int x(x+7)(x-3)dx$

4.2 $\int_{-1}^{2} x(x-2)(x+1)dx$

4.3 Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями: параболой $y=x^2+1$, прямыми $x = -3$, $x = 1$ и осью абсцисс

Решить дифференциальные уравнения

4.4 (У-7)dx – (X+9)dy =0

4.5 Y’’-7Y’+10Y=0

5. Теория вероятности и математическая статистика.

5.1 На экзамен вынесено 50 вопросов, Андрей не выучил 7 из них. Найдите вероятность того, что ему попадется выученный вопрос.

5.2 При изготовлении подшипников диаметром 63 мм вероятность того, что диаметр будет отличаться от заданного не больше, чем на 0,01 мм, равна 0,981. Найдите вероятность того, что случайный подшипник будет иметь диаметр меньше чем 62,99 мм или больше чем 63,01 мм.

5.3 Распределение рабочих АО по уровню ежемесячной оплаты труда

Группы рабочих по оплате труда, тыс.руб.	до 8	8 - 9	9 - 10	10 - 11	11 - 12	12 и более
Число рабочих, чел.	6	24	18	22	23	7

Определить средний уровень оплаты труда

5.4 Абонент забыл последние 2 цифры телефонного номера, но помнит, что они различны и образуют двузначное число, меньшее 22. С учетом этого он набирает наугад 2 цифры. Найти вероятность того, что это будут нужные цифры.

Составить закон распределения числа поражений мишени из 3 выстрелов, если вероятность поражения при каждом выстреле равна 0,9.Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратичное отклонение.

5.5 Среднемесячная зарплата за вычетом налогов составила 10000рублей в базисном году и 12000 рублей в отчетном году. Потребительские цены повысились в отчетном году по сравнению с базисным на 50%. Рассчитайте индекс покупательной способности денег, индекс номинальной зарплаты и индекс реальной зарплаты

6. Дискретная математика

6.1 Некоторая игра имеет следующий закон распределения выигрыша:

x	-3	-1	5	50	200
p	0,29	0,26	0.13	p	0,09

Найти p

6.2 В коробке находятся 60 лотерейных билетов, среди которых 11 выигрышных, причём 1 из них выигрывают по 1000 рублей, а остальные – по 100 рублей. Составить закон распределения случайной величины V – размера выигрыша, если из коробки наугад извлекается один билет.

6.3 Случайная величина X задана своим законом распределения вероятностей. Найти x, если M(x)=1,96

x	-1	0	x	6
p	0,22	0,28	0,4	0,1

6.4 Мистер Х играет в европейскую рулетку по следующей системе: постоянно ставит 80 рублей на «красное». Составить закон распределения случайной величины X – его выигрыша. Вычислить математическое ожидание выигрыша и округлить его до копеек. Сколько *в среднем* выигрывает или проигрывает игрок с каждых поставленных 80 рублей?

Справка: европейская рулетка содержит 18 красных, 18 чёрных и 1 зелёный сектор («зеро»). В случае выпадения «красного» игроку выплачивается удвоенная ставка, в противном случае она уходит в доход казино

6.5 Составить закон распределения числа поражений мишени из 3 выстрелов, если вероятность поражения при каждом выстреле равна 0,9. Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратичное отклонение.

Контрольная работа

Вариант 10

1.Комплекные числа

1.1 Построить на комплексной плоскости следующие комплексные числа:
$Z_1=3 + 4i$, $Z_2=-3 + 4i$, $Z_3=-3 - 4i$, $Z_4=3 - 4i$

1.2 Найти модули комплексных чисел $z = a + bi$: $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$

$Z_1=72 + 65i$, $Z_2=-48 + 55i$, $Z_3=-84 - 13i$, $Z_4=56 – 33i$

1.3 Выполнить действия $Z_1 + Z_2$, $Z_1 - Z_2$

$Z_1=72 + 65i$, $Z_2=-48 + 55i$

1.4 Выполнить действия $Z_1 * Z_2$, $Z_1 : Z_2$

$Z_1=72 + 65i$, $Z_2=65 -72i$

1.5 Решить уравнение

$25Z^2 +729 = 0$

2.Линейная алгебра

Вычислить определители

2.1 $\begin{vmatrix} 7 & 2 \\ 4 & 2 \end{vmatrix}$ 2.2 $\begin{vmatrix} -2 & -9 \\ 5 & 5 \end{vmatrix}$ 2.3 $\begin{vmatrix} 4 & 0 & 5 \\ 0 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 6 \end{vmatrix}$

Решить системы уравнений

2.4 $\begin{cases} 5x + 2y = -21 \\ 4x - y = -22 \end{cases}$ 2.5 $\begin{cases} 9x + 12y + 6z = 24 \\ 3x + 15y + 6z = 15 \\ 4x + 6y + 8z = 6 \end{cases}$

3.Пределы. Производная.

Вычислить пределы

3.1 $\lim_{x \to 1} \frac{4x^2 - 2x - 2}{3x^2 - 2x - 1}$ 3.2 $\lim\limits_{x \to \infty} \frac{9 - 5x - 8x^3}{5x^3 - 6x - 1}$

3.3 Найти производную функции $y=(3x^4 – 7x)\cdot\sin x$

3.4 Найти наибольшее и наименьшее значение функции на отрезке

$У= 3x^2 + 12x - 10$ [-5; 0]

3.5 Исследовать функцию и построить график $y = x^3 - 12x+1$

4.Интеграл. Дифференциальные уравнения.

Вычислить интегралы

4.1 $\int x(x+7)(x-2)dx$

4.2 $\int_{-1}^{2} x(x-2)(x+3)dx$

4.3 Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями: параболой $y=x^2+1$, прямыми $x = -4$, $x = 1$ и осью абсцисс

Решить дифференциальные уравнения

4.4 (У-7)dx – (X+1)dy =0

4.5 Y’’-8Y’+12Y=0

5. Теория вероятности и математическая статистика.

5.1 На экзамен вынесено 50 вопросов, Андрей не выучил 11 из них. Найдите вероятность того, что ему попадется выученный вопрос.

5.2 При изготовлении подшипников диаметром 63 мм вероятность того, что диаметр будет отличаться от заданного не больше, чем на 0,01 мм, равна 0,911. Найдите вероятность того, что случайный подшипник будет иметь диаметр меньше чем 62,99 мм или больше чем 63,01 мм.

5.3 Распределение рабочих АО по уровню ежемесячной оплаты труда

Группы рабочих по оплате труда, тыс.руб.	до 8	8 - 9	9 - 10	10 - 11	11 - 12	12 и более
Число рабочих, чел.	9	24	18	19	23	7

Определить средний уровень оплаты труда

5.4 Абонент забыл последние 2 цифры телефонного номера, но помнит, что они различны и образуют двузначное число, меньшее 40. С учетом этого он набирает наугад 2 цифры. Найти вероятность того, что это будут нужные цифры.

5.5 Среднемесячная зарплата за вычетом налогов составила 10000рублей в базисном году и 12000 рублей в отчетном году. Потребительские цены повысились в отчетном году по сравнению с базисным на 45%. Рассчитайте индекс покупательной способности денег, индекс номинальной зарплаты и индекс реальной зарплаты

6. Дискретная математика

6.1 Некоторая игра имеет следующий закон распределения выигрыша:

x	-3	-1	5	50	200
p	0,29	0,28	0.1	p	0,09

Найти p

6.2 В коробке находятся 50 лотерейных билетов, среди которых 11 выигрышных, причём 1 из них выигрывают по 1000 рублей, а остальные – по 100 рублей. Составить закон распределения случайной величины V – размера выигрыша, если из коробки наугад извлекается один билет.

6.3 Случайная величина X задана своим законом распределения вероятностей. Найти x, если M(x)=1,9

x	-1	0	x	6
p	0,2	0,3	0,4	0,1

6.4 Мистер Х играет в европейскую рулетку по следующей системе: постоянно ставит 50 рублей на «красное». Составить закон распределения случайной величины X – его выигрыша. Вычислить математическое ожидание выигрыша и округлить его до копеек. Сколько *в среднем* выигрывает или проигрывает игрок с каждых поставленных 50 рублей?

Справка: европейская рулетка содержит 18 красных, 18 чёрных и 1 зелёный сектор («зеро»). В случае выпадения «красного» игроку выплачивается удвоенная ставка, в противном случае она уходит в доход казино

6.5 Составить закон распределения числа поражений мишени из 3 выстрелов, если вероятность поражения при каждом выстреле равна 0,8.Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратичное отклонение.