ГБПОУ СО «Артинский агропромышленный техникум»

**Методические рекомендации**

**и контрольные задания**

**для студентов, обучающихся по ОПОП СПО ССЗ 35.02.07 «Механизация сельского хозяйства»**

**ЕН.01 Математика**

**2015**

**Введение**

В соответствии с программой по учебной дисциплине ЕН.01«Математика» предусмотрено выполнение контрольной работы.

Вариант контрольной работы определяется по номеру зачетной книжки и соответствует последней цифре. Если последней цифрой является ноль, то это соответствует десятому варианту. Работа, выполненная не по своему варианту, возвращается без проверки и зачета.

Контрольная работа содержит 5 тематических заданий. Она зачтена, если из каждого раздела решено не менее 3 заданий. Результат оценивается по пятибалльной системе и является допуском к экзаменационной сессии.

Настоящее пособие является руководством по выполнению контрольной работы по курсу высшей математики для студентов-заочников. Оно содержит вопросы и теоретические сведения, необходимые для выполнения контрольной работы по данным темам, примеры решения задач, контрольные задания и список литературы.

**Содержание тем контрольной работы**

1. Линейная алгебра.

2. Аналитическая геометрия.

3. Пределы функции. Дифференциальное исчисление.

4. Интегральное исчисление. Дифференциальные уравнения.

5. Теория вероятности и математическая статистика.

**Требования к написанию контрольной работы**

1. Контрольная работа выполняется в тетради школьного формата в клетку. Следует оставить поля 3 см для замечаний преподавателя.

2. На обложке тетради должен быть приклеен титульный лист утвержденного образца (Приложение 1). На нем необходимо указать наименование учебной дисциплины, номер варианта, фамилию, имя, отчество, образовательную программу, учебную группу, а также название техникума.

3. Работа должна быть выполнена одним цветом, аккуратно, разборчиво.

4. Каждую задачу необходимо начинать с новой страницы.

5. Решение задач нужно располагать в порядке номеров, указанных в задании. Номера задач следует указывать перед условием.

6. Условия всех задач необходимо записывать полностью.

7. При оформлении записей в тетради необходимо выполнять общие требования к культуре их ведения. Перечислим важнейшие из этих требований:

а) студенты должны соблюдать абзацы, всякую новую мысль следует начинать с красной строки;

б) важные формулы, равенства, определения нужно выделять в отдельные строки, чтобы сделать их более обозримыми;

в) при описании решения задачи краткая запись условия отделяется от решения и в конце решения ставится ответ;

г) необходимо правильно употреблять математические символы.

8. Решения задач должны сопровождаться краткими, но достаточно обоснованными пояснениями, используемые формулы нужно вписывать и сопровождать всеми вычислениями.

9. Чертежи и графики должны быть построены карандашом с использованием чертежных инструментов.

10. В конце работы следует указать литературу, которая использовалась, проставить дату выполнения работы и подпись.

11. Если в работе допущены недочеты и ошибки, то студент должен выполнить все указания преподавателя, сделанные в рецензии.

12. На экзамен студент должен явиться с контрольной работой и рецензией на выполненную контрольную работу. Без предъявления преподавателю прорецензированной контрольной работы студент к экзамену не допускается.

**Организационно - методические рекомендации**

**1. Чтение учебной литературы**. Изучая материал, следует переходить к следующему вопросу только после правильного понимания предыдущего, проделав на бумаге, все вычисления, воспроизведя имеющиеся чертежи.

При изучении материала по учебнику полезно вести конспект, в который рекомендуется выписывать определения, формулировки теорем, формулы, уравнения и т. п. На полях конспекта следует отмечать вопросы для письменной или устной консультации с преподавателем. Помогает также составление таблиц, содержащих наиболее часто употребляемые формулы.

**2. Решение задач.** Чтение учебника должно сопровождаться решением задач. Решение задач определенного типа нужно продолжать до приобретения твердых навыков в их решении.

**3. Самопроверка.** После изучения определенной темы и решения достаточного количества соответствующих задач студенту рекомендуется воспроизвести по памяти определения, формулы, проверяя себя каждый раз. В случае необходимости надо еще раз внимательно разобраться в материале, решить несколько задач.

Иногда недостаточность усвоения того или иного вопроса выясняется только при изучении дальнейшего материала. В этом случае надо вернуться назад и повторить плохо усвоенный раздел.

Важным критерием усвоения теории является умение решать, задачи на изученный материал.

**Основные формулы и методические указания для выполнения контрольной работы.**

**1.Линейная алгебра**

**1.1. Определители второго и третьего порядка**

Определителем второго порядка называется число .

Определителем третьего порядка называется число



**Пример 1  
http://kontromat.ru/Determ/image014.gif**

Ответ. 15

**Пример 3**  Вычислить определитель:  
  
Решение:  
Воспользуемся правилом треугольников.  
Объясним картинку подробно, т.е. распишем каждое слагаемое отдельно:  
http://kontromat.ru/Determ/image022_1.gifhttp://kontromat.ru/Determ/image024.gif http://kontromat.ru/Determ/image022_4.gifhttp://kontromat.ru/Determ/image030.gif

http://kontromat.ru/Determ/image022_2.gifhttp://kontromat.ru/Determ/image026.gif http://kontromat.ru/Determ/image022_6.gifhttp://kontromat.ru/Determ/image034.gif  
http://kontromat.ru/Determ/image022_3.gifhttp://kontromat.ru/Determ/image028.gif http://kontromat.ru/Determ/image022_5.gifhttp://kontromat.ru/Determ/image032.gif   
 



Ответ: 108

**1.2. Решение систем линейных уравнений методом определителей (метод Крамера)**

Рассмотрим систему уравнений**http://www.mathprofi.ru/f/pravilo_kramera_matrichnyi_metod_clip_image002.gif**

Вычислим определитель**http://www.mathprofi.ru/f/pravilo_kramera_matrichnyi_metod_clip_image004.gif,** его называют главным определителем системы.

Если http://www.mathprofi.ru/f/pravilo_kramera_matrichnyi_metod_clip_image006.gif, то система имеет бесконечно много решений или несовместна (не имеет решений).

Если http://www.mathprofi.ru/f/pravilo_kramera_matrichnyi_metod_clip_image008.gif, то система имеет единственное решение, и для нахождения корней мы должны вычислить еще два определителя:  
**http://www.mathprofi.ru/f/pravilo_kramera_matrichnyi_metod_clip_image010.gif и http://www.mathprofi.ru/f/pravilo_kramera_matrichnyi_metod_clip_image012.gif**

На практике вышеуказанные определители также могут обозначаться латинской буквой http://www.mathprofi.ru/f/pravilo_kramera_matrichnyi_metod_clip_image014.gif.

Корни уравнения находим по формулам:  
**http://www.mathprofi.ru/f/pravilo_kramera_matrichnyi_metod_clip_image016.gif, http://www.mathprofi.ru/f/pravilo_kramera_matrichnyi_metod_clip_image018.gif**

**Пример 4** Решить систему линейных уравнений**http://www.mathprofi.ru/f/pravilo_kramera_matrichnyi_metod_clip_image020.gif**Решение:

**http://www.mathprofi.ru/f/pravilo_kramera_matrichnyi_metod_clip_image022.gif,** значит, система имеет единственное решение.

**http://www.mathprofi.ru/f/pravilo_kramera_matrichnyi_metod_clip_image024.gif;  
http://www.mathprofi.ru/f/pravilo_kramera_matrichnyi_metod_clip_image026.gif**

**http://www.mathprofi.ru/f/pravilo_kramera_matrichnyi_metod_clip_image028.gif;  
http://www.mathprofi.ru/f/pravilo_kramera_matrichnyi_metod_clip_image030.gif**

Ответ:**http://www.mathprofi.ru/f/pravilo_kramera_matrichnyi_metod_clip_image032.gif, http://www.mathprofi.ru/f/pravilo_kramera_matrichnyi_metod_clip_image034.gif**

Оба корня обладают бесконечными хвостами, и найдены приближенно.

Обязательным  для оформления задания является: «≠0, значит, система имеет единственное решение».

Рассмотрим систему трех линейных уравнений с тремя неизвестными: x1, x2, x3:



(коэффициенты aij и свободные члены bi считаются заданными).

Решение: составим определители :

, , , ,

где Δ называют определителем системы, а определители Δxi получены из основного определителя Δ заменой свободными членами bi элементов соответствующего столбца.



Особые случаи:

1) если Δ ≠ 0, то система имеет единственное решение;

2) если Δ = 0, Δxi ≠ 0, то система несовместна;

3) если Δ = Δxi = 0, то система либо имеет бесконечное множество решений, либо она решений не имеет.

**Пример 5**

Решить систему линейных уравнений: 

Решение: составим определители Δ, Δx, Δy, Δz и найдем их значения.

=1∙1∙(-1)+(-2)∙7∙2+3∙(-3)∙(-3) -2∙1∙(-3) -3∙(-2)∙(-1) -7∙(-3)∙1= -1 -28+27+6-6+21

(Δ ≠ 0, следовательно, система имеет единственное решение).

. . .

Найдем решение системы:  

Ответ: (3; 2; –1).

**2.Аналитическая геометрия**

**Задача (пример с разбором решения и основными формулами)**

Заданы точки A(0, 1), B(1, −1), C(5, 0). Требуется:

1 Начертить треугольник ABC .

2 Найти координаты векторов А͞В и А͞С

3 Найти длины сторон AB, AC , BC .

4 Найти угол BAC треугольника.

5 Найти площадь треугольника ABC .

6 Составить уравнения прямых AB, AC , BC .

Решение:

**1.** Начертить треугольник ABC на системе координат , взяв за единичный отрезок две клетки или 1 см

**2.** Найти координаты векторов А͞В и А͞С, и В͞С

Используется формула:

**Формула (координаты вектора – из координат конца вектора вычесть координаты начала)**

**AB = (x B − x A ,y B − y A )**

**AB = (1 − 0,−1 − 1) = (1,−2) ВА = (-1, 2)**

**AC = (5 − 0,0 − 1) = (5,−1) СА = (-5, 1)**

**ВС =(5- 1 ,0-(-1) ) = (4, 1) СВ = (-4, -1)**

**3.** Найти длины сторон AB , AC , BC

Используется формула. Длина вектора вычисляется по **формуле а =√х2 + у2**

Координаты векторов берем из шага 2.

АВ=√12 + (-2)2 = √5 =2,236

АС = √52 + (-1)2 = √26 = 5,099

ВС = √42 + 12 = √17 =4,123 или

Используется **формула (расстояние между точками)**

**AB =√͞ (͞xB ͞−͞ x ͞A ͞) 2 ͞+͞ (͞y ͞B ͞−͞ y ͞A ) 2**

AB =√(1 − 0) 2 + (−1 − 1) 2  =√ 5 = 2.236

AC =√(5 − 0) 2 + (0 − 1) 2  = √ 26 = 5.099

BC =√(5 − 1) 2 + (0 − (−1)) 2  = √ 17 = 4.123

**4.** Найти угол ∠BAC

Используются формулы:

Формула (чтобы найти угол можно найти косинус угла)

**cos∠BAC =( AB· AC)/ (AB·AC) ,**

**в числителе стоит скалярное произведение, а в знаменателе произведение длин векторов**

**Формула (скалярное произведение)**

**a ·b = x a x b + y a y b ,**

где (x a ,y a ) — координаты вектора a , (x b ,y b ) — координаты вектора b .

Длины и координаты векторов берем из результатов Шагов 2 и 3:

AB = (1,−2), AC = (5,−1),

AB =√͞5 = 2.236, AC = √͞26 = 5.099.

Находим скалярное произведение: AB ·AC = 1 · 5 + (−2) · (−1) = 7.

Следовательно, cos∠BAC =7/(√͞ 5 √͞ 26)=7/(2.236·5.099)= 0.614 ,

откуда ∠BAC = arccos(0.614)

Также находятся остальные углы

сos <ABC = =  **=-**0,217 откуда ∠ABC = arccos(-0.217)

cos<ACB = = =0,904 откуда ∠ACB = arccos(0.904)

**5**. Найти площадь треугольника

Используется **формула площади треугольника**

**S ABC = ±½∙**

**По строкам определителя расположены координаты векторов АВ и АС. Таким образом, площадь равна половине определителя, составленного из координат векторов двух смежных сторон, а знак ± выбирается так, чтобы величина была неотрицательна**.

Вычисление: AB = (1,−2), AC = (5,−1),

S ABC = ± ½ = ±½· (−1 + 10) = 4.5

**6.** Составить уравнения прямых AB , AC , BC . A(0,1), B(1,−1), C(5,0)

**Формула (уравнение прямой через две точки, A и B)**

АВ:  -**каноническое** уравнение прямой,

а ( 1 ; -2 ) –**направляющий** вектор прямой АВ (параллельный прямой АВ )

-2х =1(у-1) -2х= у-1 2х+у-1=0 -**общее** уравнение прямой АВ

N ( 2 ; 1 ) –**нормальный** вектор прямой АВ (перпендикулярный АВ )

У=-2х +1 -уравнение прямой **с угловым коэффициентом** к = -2

Формула (уравнение прямой через две точки, A и С)

АС:  -**каноническое** уравнение прямой,

а ( 5 ; -1 ) –**направляющий вектор** прямой АС (параллельный прямой АС )

-1х =5(у-1) -х= 5у-5 х+5у-5=0 -**общее уравнение** прямой АС

N ( 1 ; 5 ) –**нормальный вектор** прямой АС (перпендикулярный АС )

5У=-х +5 у=-0,2х+1 -уравнение прямой **с угловым коэффициентом** к = -0,2

Формула (уравнение прямой через две точки, В и С**)**

BС:  -**каноническое** уравнение прямой,

а ( 4 ; 1 ) –**направляющий вектор** прямой ВС (параллельный прямой ВС )

1(х-1) =4(у+1) х-1= 4у+4 х - 4у - 5=0 -**общее уравнение** прямой ВС

N ( 1 ; -4 ) –**нормальный вектор** прямой ВС (перпендикулярный ВС )

4У=х - 5 у=0,25х-1,25 -уравнение прямой **с угловым коэффициентом** к = 0,25

**3. Пределы. Производная.**

Любой предел состоит из трех частей:

1) Всем известного значка предела http://www.mathprofi.ru/f/predely_primery_reshenii_clip_image004.gif.   
2) Записи под значком предела, в данном случае http://www.mathprofi.ru/f/predely_primery_reshenii_clip_image006.gif. Запись читается «икс стремится к единице». На месте единицы может находиться совершенно любое число, а также бесконечность (http://www.mathprofi.ru/f/predely_primery_reshenii_clip_image010.gif).  
3) Функции под знаком предела, в данном случае http://www.mathprofi.ru/f/predely_primery_reshenii_clip_image012.gif.

Сама запись http://www.mathprofi.ru/f/predely_primery_reshenii_clip_image002_0000.gif читается так: «предел функции http://www.mathprofi.ru/f/predely_primery_reshenii_clip_image012_0000.gif при икс стремящемся к единице».

Первое, что надо сделать при вычислении предела, подставить вместо х его значение, получили число - это и есть ответ, если получаем неопределенности, нужны специальные приемы.

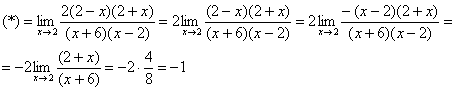
**Пример 1**. Вычислить предел http://www.mathprofi.ru/f/predely_primery_reshenii_clip_image187.gif

В данном случае неопределенность http://www.mathprofi.ru/f/predely_primery_reshenii_clip_image156.gif.

**Общее правило**: если в числителе и знаменателе находятся многочлены, и имеется неопределенности вида http://www.mathprofi.ru/f/predely_primery_reshenii_clip_image156_0000.gif, то для ее раскрытия **нужно разложить числитель и знаменатель на множители**.

Разложим числитель и знаменатель на множители.

Числитель: http://www.mathprofi.ru/f/predely_primery_reshenii_clip_image191.gif  
Знаменатель:  
http://www.mathprofi.ru/f/predely_primery_reshenii_clip_image193.gif  
http://www.mathprofi.ru/f/predely_primery_reshenii_clip_image195.gif  
http://www.mathprofi.ru/f/predely_primery_reshenii_clip_image197.gif  
http://www.mathprofi.ru/f/predely_primery_reshenii_clip_image199.gif, http://www.mathprofi.ru/f/predely_primery_reshenii_clip_image201.gif  
http://www.mathprofi.ru/f/predely_primery_reshenii_clip_image203.gif



Ответ. -1

**Пример:2.**

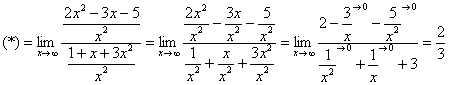
Вычислить предел http://www.mathprofi.ru/f/predely_primery_reshenii_clip_image100.gif

. http://www.mathprofi.ru/f/predely_primery_reshenii_clip_image109.gif: **для того, чтобы раскрыть неопределенность http://www.mathprofi.ru/f/predely_primery_reshenii_clip_image098_0001.gif необходимо разделить числитель и знаменатель на http://www.mathprofi.ru/f/predely_primery_reshenii_clip_image008_0004.gif в старшей степени.**

http://www.mathprofi.ru/f/predely_primery_reshenii_clip_image105.jpgСтаршая степень в числителе равна двум.

http://www.mathprofi.ru/f/predely_primery_reshenii_clip_image107.jpgСтаршая степень знаменателя равна двум.

Затем мы выбираем самую старшую степень числителя и знаменателя: в данном примере они совпадают и равны двойке.

Разделим числитель и знаменатель на http://www.mathprofi.ru/f/predely_primery_reshenii_clip_image111.gif  


Ответ.2/3

**Произво́дная** (функции в точке) — основное понятие , характеризующее скорость изменения функции (в данной точке). Определяется как [**предел**](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9F%D1%80%D0%B5%D0%B4%D0%B5%D0%BB_%D1%84%D1%83%D0%BD%D0%BA%D1%86%D0%B8%D0%B8)**отношения приращения функции к приращению её**[**аргумента**](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A4%D1%83%D0%BD%D0%BA%D1%86%D0%B8%D1%8F_(%D0%BC%D0%B0%D1%82%D0%B5%D0%BC%D0%B0%D1%82%D0%B8%D0%BA%D0%B0))**при стремлении приращения аргумента к**[**нулю**](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9D%D0%BE%D0%BB%D1%8C_(%D1%87%D0%B8%D1%81%D0%BB%D0%BE)). Процесс вычисления производной называется **дифференци́рованием**

Если C — постоянное число и f=f(x),g=g(x) — некоторые дифференцируемые функции, то справедливы следующие **правила дифференцирования**:

* C'=0
* x'=1
* \left(f+g\right)'=f'+g'
* \left(fg\right)'=f'g+fg'
* \left(Cf\right)'=Cf'
* \left({\frac {f}{g}}\right)'={\frac {f'g-fg'}{g^{2}}} …(g ≠ 0)

**Основные формулы дифференцирования:**



**Пример 3**. Найти производную функции y = (5x3-8x-9)∙sinx

Функция представлена произведением двух функций, поэтому используем правило

\left(fg\right)'=f'g+fg'

y’ = (5x3-8x-9)’∙sinx +(5x3-8x-9)∙(sinx)’ = (\*)

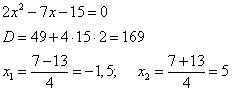
(5x3-8x-9)’ –используем \left(Cf\right)'=Cf' и \left(f+g\right)'=f'+g' и формулы 1 и 2

(5x3-8x-9)’ =5∙3х2 - 8∙1 – 0 = 15х2-8 (sinx)’ = cosx получаем

(\*)y’ = (5x3-8x-9)’∙sinx +(5x3-8x-9)∙(sinx)’ =(15х2-8) ∙sinx + (5x3-8x-9)∙cosx

Ответ. y’ = (15х2-8) ∙sinx + (5x3-8x-9)∙cosx

**Пример 4:** Определить наибольшее и наименьшее значение функции http://kontromat.ru/minmax/image148.gif на отрезке http://kontromat.ru/minmax/image150.gif .  
**Решение:** **Алгоритм решения задачи 4.**  
1) Найти производную функции http://kontromat.ru/minmax/image002.gif.  
2) Найти стационарные точки (и точки, подозрительные на экстремум), решив уравнение http://kontromat.ru/minmax/image073.gif. Обратить внимание на точки, в которых не существует производной.  
3) Вычислить значения функции в стационарных точках и на границах интервала.  
4) Выбрать из полученных значений наибольшее (наименьшее) и записать ответ.

1) Найти производную функции http://kontromat.ru/minmax/image002.gif .  
http://kontromat.ru/minmax/image152.gif  
2) Найти стационарные точки (и точки, подозрительные на экстремум), решив уравнение http://kontromat.ru/minmax/image073.gif . Обратить внимание на точки, в которых не существует производной.  
  
3) Вычислить значения функции в стационарных точках и на границах интервала.  
http://kontromat.ru/minmax/image156.gif наименьшее   
http://kontromat.ru/minmax/image158.gif наибольш.  
http://kontromat.ru/minmax/image160.gif  
http://kontromat.ru/minmax/image162.gif

4) Выбрать из полученных значений наибольшее (наименьшее) и записать ответ.

Ответ. Функция на этом отрезке достигает своего наибольшего значения в точке с координатами http://kontromat.ru/minmax/image164.gif.

Функция на этом отрезке достигает своего наименьшего значения в точке с координатами http://kontromat.ru/minmax/image166.gif.

**Исследование функции и построение графиков**

Исследование функции целесообразно проводить по следующей схеме:

1. Найти область определения D(f) функции.

2. Установить четность или нечетность функции, ее периодичность.

Правило: 1) если f(–x) = f(x) на всей области определения, то f(x) – четная;

если f(–x) = – f(x) на всей области определения, то f(x) – нечетная;

2) если f(x) = f(x ± Т) на всей области определения, то f(x) – периодическая, число Т является периодом f(x).

3. Найти точки пересечения графика функции с осями координат.

Правило: 1) точки пересечения с осью ОХ устанавливаются решением уравнения f(x) = 0;

2) точки пересечения с осью ОУ устанавливаются нахождением значения функции в точке x = 0.

4. Найти стационарные точки функции.

Правило: стационарные точки функции определяются из решения уравнения   
f'(x) = 0;

точки, в которых f'(x) = 0 или f'(x), не существуют или являются стационарными.

5. Найти промежутки монотонности функции.

Правило: исследовать знак f'(x) в промежутках, на которые стационарные точки делят область определения f(x) – функции.

В тех интервалах, где f'(x) > 0, функция возрастает, а где f'(x) < 0, – убывает.

6. Найти точки экстремума. Если при переходе через точку производная меняет знак с плюса на минус, то это точка максимума, если с минуса на плюс- то минимума.

7. Найти возможные точки перегиба графика функции.

Правило: 1) найти точки, в которых f''(x) = 0 или f''(x) не существует;

2) исследовать знак f''(x) в некоторой окрестности каждой из точек:

если f''(x) изменяет знак при переходе через такие точки, то они являются точками перегиба;

8. Найти направления выпуклости графика функции.

Правило: исследовать знак f''(x) в интервалах, на которые делят область определения функции f(x) возможные точки перегиба:

если f''(x) > 0 на рассматриваемом интервале, то график функции выпуклый вниз;

если f''(x) < 0 на рассматриваемом интервале, то график выпуклый вверх.

9. Найти асимптоты графика функции.

Асимптотой кривой называется прямая, расстояние до которой от точки, лежащей на кривой, стремится к нулю при неограниченном удалении этой точки по кривой от начала координат.

Для того чтобы прямая x = b была вертикальной асимптотой к кривой графика функции f(x), необходимо и достаточно выполнение условия .

Для того чтобы прямая  была наклонной асимптотой к кривой графика функции *f(x)*, необходимо и достаточно выполнение условия

, 

10. Построить график функции.

**Пример 5.** Исследовать и построить график функции 

Решение:

1. .

2. *f(x)* не является четной и не является нечетной, непериодическая: , 

3. Точки пересечения графика функции с осями координат.

С осью ОХ: уравнение решается методом разложения на множители:



Таким образом,  – корни уравнения, следовательно, значения функции в точках :



С осью ОУ: найдем значение функции в точке *x* = 0:



4. Решая уравнение , определим стационарные точки функции.



5. Промежутки монотонности функции найдем, исследуя знак  на интервалах 



При >0 на интервалах  – возрастает;

при <0 на интервале (–1;1)  – убывает.

6. Точки экстремума





7. Решая уравнение  = 0, определим возможные точки перегиба графика функции:



8. Исследовав знак  на числовой оси при переходе через точку *x* = 0, определим направления выпуклости графика функции.



При  < 0 на интервале (–∞; 0) график выпуклый верх.

При  > 0 на интервале (0; +∞) график выпуклый вниз.

При *x* = 0  О(0; 2) – точка перегиба графика функции.

9. Асимптот у графика функции нет, поскольку 

10. Построение графика выполняется в соответствии с исследованием функции.



**4.Интеграл. Дифференциальные уравнения.**

**Нахождение производных и нахождение неопределенных интегралов (дифференцирование и интегрирование) – это два взаимно обратных действия**

**Решить интеграл – это значит найти определенную функцию http://mathprofi.ru/f/integraly_primery_reshenij_clip_image018.gif, пользуясь некоторыми правилами, приемами и таблицей.**

Любой неопределенный интеграл имеет вид:

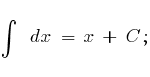
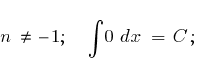
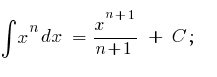
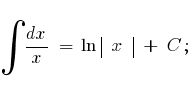
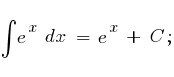
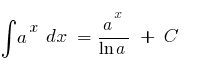
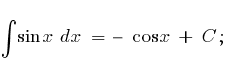
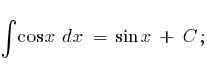
http://mathprofi.ru/f/integraly_primery_reshenij_clip_image002.gif  
  
http://mathprofi.ru/f/integraly_primery_reshenij_clip_image004.gif– значок интеграла.

http://mathprofi.ru/f/integraly_primery_reshenij_clip_image006.gif – подынтегральная функция http://mathprofi.ru/f/integraly_primery_reshenij_clip_image008.gif – значок дифференциала. При записи интеграла и в ходе решения важно не терять данный значок. Заметный недочет будет.

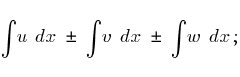
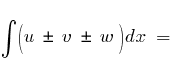
http://mathprofi.ru/f/integraly_primery_reshenij_clip_image010.gif – подынтегральное выражение

http://mathprofi.ru/f/integraly_primery_reshenij_clip_image012.gif – [первообразная функция](http://mathprofi.ru/chto_takoe_integral_teorija_dlja_chainikov.html).

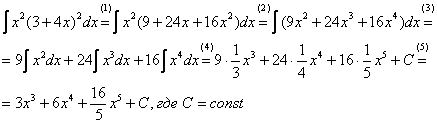
http://mathprofi.ru/f/integraly_primery_reshenij_clip_image014.gif – множество первообразных функций*,* в любом неопределенном интеграле к ответу приплюсовывается константа http://mathprofi.ru/f/integraly_primery_reshenij_clip_image016.gif.

**Таблица основных неопределенных интегралов.**   
   
     
(a~>~0,~~~a~<>~1);   
  

**Основные методы интегрирования**

 u, v, w - это функции от x;  c - постоянная.   
   


**Пример 1**



(1) Используем формулу квадрата суммы http://mathprofi.ru/f/integraly_primery_reshenij_clip_image107.gif, избавляясь от степени.

(2) Вносим http://mathprofi.ru/f/integraly_primery_reshenij_clip_image109.gif в скобку, избавляясь от произведения.

(3) Используем [свойства линейности интеграла](http://mathprofi.ru/chto_takoe_integral_teorija_dlja_chainikov.html) (оба правила сразу), выносим постоянный множитель за знак интеграла, и записываем в виде суммы интегралов.

(4) Превращаем интегралы по табличной формуле http://mathprofi.ru/f/integraly_primery_reshenij_clip_image073_0000.gif.

(5) Упрощаем ответ. Здесь следует обратить внимание на обыкновенную неправильную дробь http://mathprofi.ru/f/integraly_primery_reshenij_clip_image111.gif – она несократима и в ответ входит именно в таком виде.

**Решить определенный интеграл – это значит, найти число с помощью** [**формулы Ньютона-Лейбница**](http://www.mathprofi.ru/chto_takoe_integral_teorija_dlja_chainikov.html)**:**

http://www.mathprofi.ru/f/opredelennye_integraly_primery_reshenij_clip_image010.gif

Этапы решения определенного интеграла:

1) Находим первообразную функцию http://www.mathprofi.ru/f/opredelennye_integraly_primery_reshenij_clip_image012.gif (неопределенный интеграл), константа http://www.mathprofi.ru/f/opredelennye_integraly_primery_reshenij_clip_image014.gif в определенном интеграле не добавляется. Обозначение http://www.mathprofi.ru/f/opredelennye_integraly_primery_reshenij_clip_image016.gifявляется чисто техническим, и вертикальная палочка не несет никакого математического смысла.

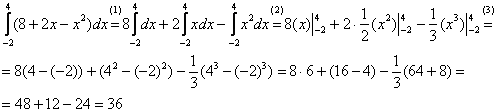
2) Подставляем значение верхнего предела в первообразную функцию: http://www.mathprofi.ru/f/opredelennye_integraly_primery_reshenij_clip_image020.gif.

3) Подставляем значение нижнего предела в первообразную функцию: http://www.mathprofi.ru/f/opredelennye_integraly_primery_reshenij_clip_image022.gif.

4) Рассчитываем разность http://www.mathprofi.ru/f/opredelennye_integraly_primery_reshenij_clip_image024.gif, то есть, находим число.

**Пример2**

Вычислить определенный интеграл  
http://www.mathprofi.ru/f/opredelennye_integraly_primery_reshenij_clip_image067.gif

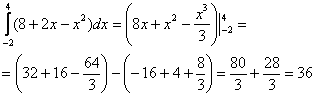
Решение:  


(1) Используем свойства линейности определенного интеграла.

(2) Интегрируем по таблице, при этом все константы выносим – они не будут участвовать в подстановке верхнего и нижнего предела.

(3) Для каждого из трёх слагаемых применяем формулу Ньютона-Лейбница:  
http://www.mathprofi.ru/f/opredelennye_integraly_primery_reshenij_clip_image071.gif

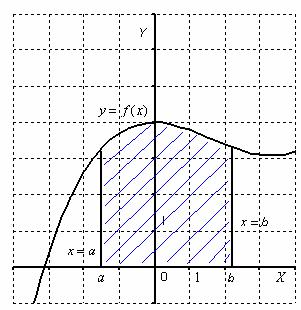
Можно сразу записать



Ответ. 36

**Определенному интегралу (если он существует) геометрически соответствует площадь некоторой фигуры**

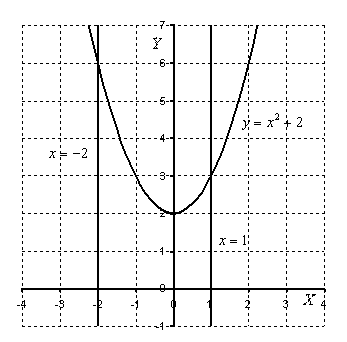
**Криволинейной трапецией** называется плоская фигура, ограниченная осью http://www.mathprofi.ru/f/vychislenie_ploshadi_c_pomoshju_opredelennogo_integrala_clip_image004.gif,[прямыми](http://www.mathprofi.ru/uravnenie_pryamoi_na_ploskosti.html) http://www.mathprofi.ru/f/vychislenie_ploshadi_c_pomoshju_opredelennogo_integrala_clip_image006.gif, http://www.mathprofi.ru/f/vychislenie_ploshadi_c_pomoshju_opredelennogo_integrala_clip_image008.gif и графиком [непрерывной](http://www.mathprofi.ru/nepreryvnost_funkcii_i_tochki_razryva.html) на отрезке http://www.mathprofi.ru/f/vychislenie_ploshadi_c_pomoshju_opredelennogo_integrala_clip_image071.gif функции http://www.mathprofi.ru/f/vychislenie_ploshadi_c_pomoshju_opredelennogo_integrala_clip_image002.gif, которая [не меняет знак](http://www.mathprofi.ru/nuli_funkcii_intervaly_znakopostoyanstva_metod_intervalov.html) на этом промежутке. Пусть данная фигура расположена ненижеоси абсцисс:



**Тогда площадь криволинейной трапеции численно равна определенному интегралу http://www.mathprofi.ru/f/vychislenie_ploshadi_c_pomoshju_opredelennogo_integrala_clip_image012.gif**..

**Пример 3**

Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями http://www.mathprofi.ru/f/vychislenie_ploshadi_c_pomoshju_opredelennogo_integrala_clip_image019.gif,  http://www.mathprofi.ru/f/vychislenie_ploshadi_c_pomoshju_opredelennogo_integrala_clip_image023.gif, http://www.mathprofi.ru/f/vychislenie_ploshadi_c_pomoshju_opredelennogo_integrala_clip_image025.gif, осью абсцисс.

Выполним чертеж , ось абсцисс- ось ОХ.

На отрезке http://www.mathprofi.ru/f/vychislenie_ploshadi_c_pomoshju_opredelennogo_integrala_clip_image030.gif  график функции http://www.mathprofi.ru/f/vychislenie_ploshadi_c_pomoshju_opredelennogo_integrala_clip_image019_0000.gif расположен над осью**http://www.mathprofi.ru/f/vychislenie_ploshadi_c_pomoshju_opredelennogo_integrala_clip_image004_0001.gif**, поэтому:

http://www.mathprofi.ru/f/vychislenie_ploshadi_c_pomoshju_opredelennogo_integrala_clip_image032.gif

Ответ:**http://www.mathprofi.ru/f/vychislenie_ploshadi_c_pomoshju_opredelennogo_integrala_clip_image034.gif**

**Дифференциальные уравнения**

Решить дифференциальное уравнение – это значит, найти **множество всех функций**, которые удовлетворяют данному уравнению. Такое множество функций часто имеет вид http://www.mathprofi.ru/g/differencialnye_uravnenija_primery_reshenii_clip_image700.gif ( http://www.mathprofi.ru/g/differencialnye_uravnenija_primery_reshenii_clip_image038.gif– произвольная постоянная), который называется **общим решением дифференциального уравнения**.

**Дифференциальное уравнение** первого порядка имеет вид  F(x, y,y’,y’’) = 0   
первая производная функции: y’ = dy / dx

Способ - разделить переменные. **В левой части**  оставить **только «игреки»**, а **в правой части**  **только «иксы»**. Разделение переменных выполняется с помощью: вынесение за скобки, перенос слагаемых из части в часть со сменой знака, перенос множителей из части в часть по правилу пропорции и т.п. Затем - **интегрирование дифференциального уравнения**

**Пример 4** Решить диф. уравнение (У-11)dx – (X+25)dу =0

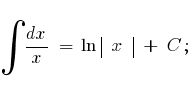
– (X+25)dу = -(У-11)dх

(X+25)dу = (У-11)dх

dу = (У-11)dх/ (X+25)

dу/(У-11) = dх/ (X+25)

∫dу/(У-11) = ∫dх/ (X+25) Воспользуемся формулой

, вместо х можно записать( х+любое число), получаем

Ln(y-11) = Ln(x+25)+ LnC по свойствам логарифмов имеем

Ln(y-11) = Ln(x+25)∙C

(y-11) = (x+25)∙C

y = (x+25)∙C +11 - **общее решение дифференциального уравнения**.

Ответ. y = (x+25)∙C +11

 В дифференциальное уравнение второго порядка **обязательно** входит вторая производная у’’   
F(x, y,y’,y’’) = 0

**Однородное ДУ второго порядка с постоянными коэффициентами** имеет следующий вид: y’’ + py’ + qy = 0, где p и q  – константы (числа), а в правой части – **строго** ноль.

Для того чтобы решить данное ДУ, нужно составить так называемое характеристическое уравнение:  
http://www.mathprofi.ru/h/differencialnye_uravnenija_vtorogo_poryadka_clip_image029.gif

вместо второй производной записываем http://www.mathprofi.ru/h/differencialnye_uravnenija_vtorogo_poryadka_clip_image031.gif;  
вместо первой производной записываем просто «лямбду»;  
вместо функции http://www.mathprofi.ru/h/differencialnye_uravnenija_vtorogo_poryadka_clip_image033.gif ничего не записываем.

Если характеристическое уравнение http://www.mathprofi.ru/h/differencialnye_uravnenija_vtorogo_poryadka_clip_image029_0001.gif имеет два **различных** действительных корня http://www.mathprofi.ru/h/differencialnye_uravnenija_vtorogo_poryadka_clip_image036.gif, http://www.mathprofi.ru/h/differencialnye_uravnenija_vtorogo_poryadka_clip_image038.gif (т.е., если дискриминант http://www.mathprofi.ru/h/differencialnye_uravnenija_vtorogo_poryadka_clip_image040.gif), то общее решение однородного уравнения выглядит так:   
http://www.mathprofi.ru/h/differencialnye_uravnenija_vtorogo_poryadka_clip_image042.gif, где http://www.mathprofi.ru/h/differencialnye_uravnenija_vtorogo_poryadka_clip_image044.gif – константы.

**Пример 5**

Решить дифференциальное уравнение http://www.mathprofi.ru/h/differencialnye_uravnenija_vtorogo_poryadka_clip_image050.gif

**Решение:** составим и решим характеристическое уравнение:  
http://www.mathprofi.ru/h/differencialnye_uravnenija_vtorogo_poryadka_clip_image052.gif  
http://www.mathprofi.ru/h/differencialnye_uravnenija_vtorogo_poryadka_clip_image054.gif

http://www.mathprofi.ru/h/differencialnye_uravnenija_vtorogo_poryadka_clip_image056.gif, http://www.mathprofi.ru/h/differencialnye_uravnenija_vtorogo_poryadka_clip_image058.gif  
Получены два различных действительных корня, по формуле http://www.mathprofi.ru/h/differencialnye_uravnenija_vtorogo_poryadka_clip_image042_0000.gifполучаем ответhttp://www.mathprofi.ru/h/differencialnye_uravnenija_vtorogo_poryadka_clip_image060.gif

**Ответ:** общее решение: http://www.mathprofi.ru/h/differencialnye_uravnenija_vtorogo_poryadka_clip_image060.gif

**5.Теория вероятности и математическая статистика.**

**Вероятностью события А называется отношение числа исходов m, благоприятствующих наступлению данного события А, к числу всех исходов n.**



Это равенство называют обычно классическим определением вероятности

**Пример 1**

 В сред­нем из 1000 са­до­вых на­со­сов, по­сту­пив­ших в про­да­жу, 5 под­те­ка­ют. Най­ди­те ве­ро­ят­ность того, что один слу­чай­но вы­бран­ный для кон­тро­ля насос не под­те­ка­ет.

**Ре­ше­ние.**

в сред­нем из 1000 са­до­вых на­со­сов, по­сту­пив­ших в про­да­жу, 1000 − 5 = 995 не под­те­ка­ют. Зна­чит, ве­ро­ят­ность того, что один слу­чай­но вы­бран­ный для кон­тро­ля насос не под­те­ка­ет, равна

http://reshuege.ru/formula/18/188203a84b9ddb09686a111a0bc69330.png

Ответ: 0,995.

**Пример 2**

При из­го­тов­ле­нии под­шип­ни­ков диа­мет­ром 68 мм ве­ро­ят­ность того, что диа­метр будет от­ли­чать­ся от за­дан­но­го не боль­ше, чем на 0,01 мм, равна 0,968. Най­ди­те ве­ро­ят­ность того, что слу­чай­ный под­шип­ник будет иметь диа­метр мень­ше, чем 67,99 мм, или боль­ше, чем 68,01 мм.

**Ре­ше­ние.**

По усло­вию, диа­метр под­шип­ни­ка будет ле­жать в пре­де­лах от 67,99 до 68,01 мм с ве­ро­ят­но­стью 0,968. По­это­му ис­ко­мая ве­ро­ят­ность про­ти­во­по­лож­но­го со­бы­тия равна 1 − 0,968 = 0,032.

Ответ: 0,032.

**Пример 3.**

Распределение рабочих АО по уровню ежемесячной оплаты труда. Найти средний уровень.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Группы рабочих по оплате  труда, тыс.руб. | до 5 | 5 - 6 | 6 - 7 | 7 - 8 | 8 - 9 | 9 и более |
| Число рабочих, чел.  f | 5 | 15 | 20 | 30 | 16 | 14 |

****тыс.р

Средний уровень оплаты труда рабочих АО составляет 7,29 тыс. руб. в месяц.

**Пример 4**

Составить закон распределения числа поражений мишени из 5 выстрелов, если вероятность поражения при каждом выстреле равна 0,8.

**Если в n-независимых испытаниях с одной и той же вероятностью Р наступает некоторое событие, то случайная величина, представляющая собой число наступлений этого события при n-испытаниях, будет распределяться по биноминальному закону, где q = 1 – p.**

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *xi* | 0 | 1 | 2 | … | *i* | … | *n* |
|  |  |  |  | … |  | … |  |

Решение:

*Х* – случайная величина, характеризующая число поражений мишени.

*n* = 5 – по условию, *p* = 0,8 – по условию, *q* = 1 – 0,8 = 0,2.

А – событие, состоящее в том, что мишень поражена.

Найдем вероятность события А для каждого случая при 5 выстрелах:

 – вероятность промаха по мишени.

 – вероятность одного поражения.

 – вероятность двух поражений.

 – вероятность трех поражений.

 – вероятность четырех поражений

 – вероятность пяти поражений.

Следовательно, биноминальный закон распределения случайной величины Х будет иметь вид:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *xi* | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|  | 0,00032 | 0,0064 | 0,0512 | 0,2048 | 0,4096 | 0,32768 |

**М(Х) – математическое ожидание случайной величины Х;**

**D(Х) – дисперсия случайной величины.**

**Если случайная величина Х распределена по закону**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *xi* | *x*1 | *x*2 | *x*3 | … | *xn* |
| *P(xi)* | *P(x*1*)* | *P(x*2*)* | *P(x*3*)* | … | *P(xn)* |

то , . \sigma =\sqrt{D[X]}

М(Х)=0∙0,00032+1∙0,0064+2∙0,0512+3∙0,2048+4∙0,4096+5∙0,32768=4

**Если случайная величина Х распределяется по биноминальному закону, то математическое ожидание, дисперсия и среднее квадратичное отклонение могут быть найдены по следующим формулам:**

.  \sigma =\sqrt{D[X]}

М(Х)=5∙0,8=4 D(X)=5∙0,8∙0,2=0,8  \sigma =\sqrt{D[X]}=√0,8 =0,89

**Пример 5**

Среднемесячная зарплата за вычетом налогов составила 8000рублей в базисном году и 10000 рублей в отчетном году. Потребительские цены повысились в отчетном году по сравнению с базисным в 1,5 раза. Рассчитайте индекс покупательной способности денег, индекс номинальной зарплаты и индекс реальной зарплаты.

Решение **Индекс покупательной способности денег равен обратной величине индекса потребительских цен**

**Iпокуп.способ.денег.= 1/Iпотреб.цен** Iпсд = 1/1.5 = 0,667 =66,7% Значит покупательная способность рубля снизилась на 100 – 66,7 = 33,3%

**Индекс номинальной зарплаты равен отношению номинальной зарплаты в отчетном году и номинальной зарплаты в базисном году**

**Iном.зарпл. =Ном.ЗП.о/Ном.ЗП.б** =10000 : 8000 = 1,25 = 125%. Значит номинальная зарплата выросла на 25%.

**Реальная заработная плата равна номинальной зарплате умноженной на индекс покупательной способности рубля**.

Индекс реальной зарплаты равен

**Iреал.ЗП = Iном.зарпл ∙ Iпокуп.способ.денег** = 1,25∙0,667 = 0,8338 =83,38% Значит реальная заработная плата снизилась на 100%-83,38% = 16,62%

Ответ. Iпсд= 66,7% Iном.зарпл = 125% Iреал.ЗП = 83,38%



**4.Интеграл. Дифференциальные уравнения.**

Вычислить интегралы

4.1

4.2

4.3 Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями: параболой у=х2+1, прямыми х = -1, х = 2 и осью абсцисс

Решить дифференциальные уравнения

4.4 (У-1)dx – (X+2)dу =0

4.5 Y’’-Y’-12Y=0

**5. Теория вероятности и математическая статистика.**

5.1 На эк­за­мен вы­не­се­но 60 во­про­сов, Ан­дрей не вы­учил 3 из них. Най­ди­те ве­ро­ят­ность того, что ему по­па­дет­ся вы­учен­ный во­прос.

5.2  При из­го­тов­ле­нии под­шип­ни­ков диа­мет­ром 67 мм ве­ро­ят­ность того, что диа­метр будет от­ли­чать­ся от за­дан­но­го не боль­ше, чем на 0,01 мм, равна 0,965. Най­ди­те ве­ро­ят­ность того, что слу­чай­ный под­шип­ник будет иметь диа­метр мень­ше чем 66,99 мм или боль­ше чем 67,01 мм.

5.3Распределение рабочих АО по уровню ежемесячной оплаты труда

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Группы рабочих по оплате  труда, тыс.руб. | до 8 | 8 - 9 | 9 - 10 | 10 - 11 | 11 - 12 | 12 и более |
| Число рабочих, чел. | 5 | 15 | 20 | 30 | 16 | 14 |

Определить средний уровень оплаты труда

5.4 Составить закон распределения числа поражений мишени из 3 выстрелов, если вероятность поражения при каждом выстреле равна 0,8.Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратичное отклонение.

5.5 Среднемесячная зарплата за вычетом налогов составила 10000рублей в базисном году и 12000 рублей в отчетном году. Потребительские цены повысились в отчетном году по сравнению с базисным в 1,5 раза. Рассчитайте индекс покупательной способности денег, индекс номинальной зарплаты и индекс реальной зарплаты.

**Контрольная работа**

Вариант 2

**1.Линейная алгебра**

Вычислить определители

1.1 1.2 1.3

Решить системы уравнений

1.4 1.5

**2.Аналитическая геометрия**

Заданы точки A(0, 3), B(-1, −1), C(4, 1). Требуется:

2.1 Начертить треугольник ABC .

2.2 Найти координаты векторов А͞В , А͞С и В͞С

2.3 Найти длины сторон AB, AC , BC

2.4 Найти углы треугольника.

2.5 Найти площадь треугольника ABC .

2.6 Составить уравнения прямых AB, AC , BC .

**3.Пределы. Производная.**

Вычислить пределы

3.1 3.2

3.3 Найти производную функции y=(2x4 – 5x)∙sinx

3.4 Найти наибольшее и наименьшее значение функции на отрезке

У= 3х2 + 18х - 7 [ -4; 0]

3.5 Исследовать функцию и построить график у = 2х3 - 3х2 + 6

**4.Интеграл. Дифференциальные уравнения.**

Вычислить интегралы

4.1

4.2

4.3 Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями: параболой у=х2+1, прямыми х = -1, х = 1 и осью абсцисс

Решить дифференциальные уравнения

4.4 (У-5)dx – (X+3)dу =0

4.5 Y’’-Y’-6Y=0

**5. Теория вероятности и математическая статистика.**

5.1 На эк­за­мен вы­не­се­но 60 во­про­сов, Ан­дрей не вы­учил 6 из них. Най­ди­те ве­ро­ят­ность того, что ему по­па­дет­ся вы­учен­ный во­прос.

5.2  При из­го­тов­ле­нии под­шип­ни­ков диа­мет­ром 65 мм ве­ро­ят­ность того, что диа­метр будет от­ли­чать­ся от за­дан­но­го не боль­ше, чем на 0,01 мм, равна 0,964. Най­ди­те ве­ро­ят­ность того, что слу­чай­ный под­шип­ник будет иметь диа­метр мень­ше чем 64,99 мм или боль­ше чем 66,01 мм.

5.3Распределение рабочих АО по уровню ежемесячной оплаты труда

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Группы рабочих по оплате  труда, тыс.руб. | до 8 | 8 - 9 | 9 - 10 | 10 - 11 | 11 - 12 | 12 и более |
| Число рабочих, чел. | 6 | 15 | 19 | 28 | 18 | 14 |

Определить средний уровень оплаты труда

5.4 Составить закон распределения числа поражений мишени из 5 выстрелов, если вероятность поражения при каждом выстреле равна 0,7.Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратичное отклонение.

5.5 Среднемесячная зарплата за вычетом налогов составила 10000рублей в базисном году и 12000 рублей в отчетном году. Потребительские цены повысились в отчетном году по сравнению с базисным на 30%. Рассчитайте индекс покупательной способности денег, индекс номинальной зарплаты и индекс реальной зарплаты.

**Контрольная работа**

Вариант 3

**1.Линейная алгебра**

Вычислить определители

1.1 1.2 1.3

Решить системы уравнений

1.4 1.5

**2.Аналитическая геометрия**

Заданы точки A(1, 3), B(-0, −1), C(4, 2). Требуется:

2.1 Начертить треугольник ABC .

2.2 Найти координаты векторов А͞В , А͞С и В͞С

2.3 Найти длины сторон AB, AC , BC

2.4 Найти углы треугольника.

2.5 Найти площадь треугольника ABC .

2.6 Составить уравнения прямых AB, AC , BC .

**3.Пределы. Производная.**

Вычислить пределы

3.1 3.2

3.3 Найти производную функции y=(2x4 – 5)∙sinx

3.4 Найти наибольшее и наименьшее значение функции на отрезке

У= 3х2 + 24х - 7 [ -5; 0]

3.5 Исследовать функцию и построить график у = 2х3 - 3х2 - 12х+5

**4.Интеграл. Дифференциальные уравнения.**

Вычислить интегралы

4.1

4.2

4.3 Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями: параболой у=х2+1, прямыми х = -1, х = 3 и осью абсцисс

Решить дифференциальные уравнения

4.4 (У-2)dx – (X+3)dу =0

4.5 Y’’-Y’-2Y=0

**5. Теория вероятности и математическая статистика.**

5.1 На эк­за­мен вы­не­се­но 60 во­про­сов, Ан­дрей не вы­учил 12 из них. Най­ди­те ве­ро­ят­ность того, что ему по­па­дет­ся вы­учен­ный во­прос.

5.2  При из­го­тов­ле­нии под­шип­ни­ков диа­мет­ром 65 мм ве­ро­ят­ность того, что диа­метр будет от­ли­чать­ся от за­дан­но­го не боль­ше, чем на 0,01 мм, равна 0,934. Най­ди­те ве­ро­ят­ность того, что слу­чай­ный под­шип­ник будет иметь диа­метр мень­ше чем 64,99 мм или боль­ше чем 66,01 мм.

5.3Распределение рабочих АО по уровню ежемесячной оплаты труда

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Группы рабочих по оплате  труда, тыс.руб. | до 8 | 8 - 9 | 9 - 10 | 10 - 11 | 11 - 12 | 12 и более |
| Число рабочих, чел. | 6 | 18 | 19 | 28 | 18 | 11 |

Определить средний уровень оплаты труда

5.4 Составить закон распределения числа поражений мишени из 5 выстрелов, если вероятность поражения при каждом выстреле равна 0,9.Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратичное отклонение.

5.5 Среднемесячная зарплата за вычетом налогов составила 10000рублей в базисном году и 12000 рублей в отчетном году. Потребительские цены повысились в отчетном году по сравнению с базисным на 25%. Рассчитайте индекс покупательной способности денег, индекс номинальной зарплаты и индекс реальной зарплаты

**Контрольная работа**

Вариант 4

**1.Линейная алгебра**

Вычислить определители

1.1 1.2 1.3

Решить системы уравнений

1.4 1.5

**2.Аналитическая геометрия**

Заданы точки A(-1, 3), B(1, −2), C(5, -1). Требуется:

2.1 Начертить треугольник ABC .

2.2 Найти координаты векторов А͞В , А͞С и В͞С

2.3 Найти длины сторон AB, AC , BC

2.4 Найти углы треугольника.

2.5 Найти площадь треугольника ABC .

2.6 Составить уравнения прямых AB, AC , BC .

**3.Пределы. Производная.**

Вычислить пределы

3.1 3.2

3.3 Найти производную функции y=(3x4 – 5)∙sinx

3.4 Найти наибольшее и наименьшее значение функции на отрезке

У= 3х2 + 30х - 7 [ -6; 0]

3.5 Исследовать функцию и построить график у = 3х3 - 9х+5

**4.Интеграл. Дифференциальные уравнения.**

Вычислить интегралы

4.1

4.2

4.3 Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями: параболой у=х2+1, прямыми х = -1, х = 4 и осью абсцисс

Решить дифференциальные уравнения

4.4 (У-1)dx – (X+3)dу =0

4.5 Y’’-Y’-20Y=0

**5. Теория вероятности и математическая статистика.**

5.1 На эк­за­мен вы­не­се­но 60 во­про­сов, Ан­дрей не вы­учил 15 из них. Най­ди­те ве­ро­ят­ность того, что ему по­па­дет­ся вы­учен­ный во­прос.

5.2  При из­го­тов­ле­нии под­шип­ни­ков диа­мет­ром 66 мм ве­ро­ят­ность того, что диа­метр будет от­ли­чать­ся от за­дан­но­го не боль­ше, чем на 0,01 мм, равна 0,931. Най­ди­те ве­ро­ят­ность того, что слу­чай­ный под­шип­ник будет иметь диа­метр мень­ше чем 65,99 мм или боль­ше чем 66,01 мм.

5.3Распределение рабочих АО по уровню ежемесячной оплаты труда

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Группы рабочих по оплате  труда, тыс.руб. | до 8 | 8 - 9 | 9 - 10 | 10 - 11 | 11 - 12 | 12 и более |
| Число рабочих, чел. | 10 | 18 | 19 | 24 | 18 | 11 |

Определить средний уровень оплаты труда

5.4 Составить закон распределения числа поражений мишени из 5 выстрелов, если вероятность поражения при каждом выстреле равна 0,6.Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратичное отклонение.

5.5 Среднемесячная зарплата за вычетом налогов составила 10000рублей в базисном году и 12000 рублей в отчетном году. Потребительские цены повысились в отчетном году по сравнению с базисным в 1,4. Рассчитайте индекс покупательной способности денег, индекс номинальной зарплаты и индекс реальной зарплаты

**Контрольная работа**

Вариант 5

**1.Линейная алгебра**

Вычислить определители

1.1 1.2 1.3

Решить системы уравнений

1.4 1.5

**2.Аналитическая геометрия**

Заданы точки A(-1, -2), B(1, 3), C(4, 1). Требуется:

2.1 Начертить треугольник ABC .

2.2 Найти координаты векторов А͞В , А͞С и В͞С

2.3 Найти длины сторон AB, AC , BC

2.4 Найти углы треугольника.

2.5 Найти площадь треугольника ABC .

2.6 Составить уравнения прямых AB, AC , BC .

**3.Пределы. Производная.**

Вычислить пределы

3.1 3.2

3.3 Найти производную функции y=(x4 – 5х)∙sinx

3.4 Найти наибольшее и наименьшее значение функции на отрезке

У= 3х2 + 6х - 7 [ -6; 0]

3.5 Исследовать функцию и построить график у = 2х3 - 6х+5

**4.Интеграл. Дифференциальные уравнения.**

Вычислить интегралы

4.1

4.2

4.3 Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями: параболой у=х2+1, прямыми х = -2, х = 4 и осью абсцисс

Решить дифференциальные уравнения

4.4 (У-1)dx – (X+8)dу =0

4.5 Y’’-Y’-30Y=0

**5. Теория вероятности и математическая статистика.**

5.1 На эк­за­мен вы­не­се­но 60 во­про­сов, Ан­дрей не вы­учил 9 из них. Най­ди­те ве­ро­ят­ность того, что ему по­па­дет­ся вы­учен­ный во­прос.

5.2  При из­го­тов­ле­нии под­шип­ни­ков диа­мет­ром 66 мм ве­ро­ят­ность того, что диа­метр будет от­ли­чать­ся от за­дан­но­го не боль­ше, чем на 0,01 мм, равна 0,939. Най­ди­те ве­ро­ят­ность того, что слу­чай­ный под­шип­ник будет иметь диа­метр мень­ше чем 65,99 мм или боль­ше чем 66,01 мм.

5.3Распределение рабочих АО по уровню ежемесячной оплаты труда

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Группы рабочих по оплате  труда, тыс.руб. | до 8 | 8 - 9 | 9 - 10 | 10 - 11 | 11 - 12 | 12 и более |
| Число рабочих, чел. | 8 | 20 | 19 | 24 | 18 | 15 |

Определить средний уровень оплаты труда

5.4 Составить закон распределения числа поражений мишени из 4 выстрелов, если вероятность поражения при каждом выстреле равна 0,6.Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратичное отклонение.

5.5 Среднемесячная зарплата за вычетом налогов составила 10000рублей в базисном году и 12000 рублей в отчетном году. Потребительские цены повысились в отчетном году по сравнению с базисным в 1,3. Рассчитайте индекс покупательной способности денег, индекс номинальной зарплаты и индекс реальной зарплаты

**Контрольная работа**

Вариант 6

**1.Линейная алгебра**

Вычислить определители

1.1 1.2 1.3

Решить системы уравнений

1.4 1.5

**2.Аналитическая геометрия**

Заданы точки A(-1, -3), B(0, 2), C(5, 0). Требуется:

2.1 Начертить треугольник ABC .

2.2 Найти координаты векторов А͞В , А͞С и В͞С

2.3 Найти длины сторон AB, AC , BC

2.4 Найти углы треугольника.

2.5 Найти площадь треугольника ABC .

2.6 Составить уравнения прямых AB, AC , BC .

**3.Пределы. Производная.**

Вычислить пределы

3.1 3.2

3.3 Найти производную функции y=(x4 – х)∙sinx

3.4 Найти наибольшее и наименьшее значение функции на отрезке

У= 3х2 + 6х - 1 [ -5; 0]

3.5 Исследовать функцию и построить график у = 2х3 - 24х+5

**4.Интеграл. Дифференциальные уравнения.**

Вычислить интегралы

4.1

4.2

4.3 Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями: параболой у=х2+1, прямыми х = -2, х = 3 и осью абсцисс

Решить дифференциальные уравнения

4.4 (У-5)dx – (X+8)dу =0

4.5 Y’’-3Y’+2Y=0

**5. Теория вероятности и математическая статистика.**

5.1 На эк­за­мен вы­не­се­но 60 во­про­сов, Ан­дрей не вы­учил 18 из них. Най­ди­те ве­ро­ят­ность того, что ему по­па­дет­ся вы­учен­ный во­прос.

5.2  При из­го­тов­ле­нии под­шип­ни­ков диа­мет­ром 66 мм ве­ро­ят­ность того, что диа­метр будет от­ли­чать­ся от за­дан­но­го не боль­ше, чем на 0,01 мм, равна 0,929. Най­ди­те ве­ро­ят­ность того, что слу­чай­ный под­шип­ник будет иметь диа­метр мень­ше чем 65,99 мм или боль­ше чем 66,01 мм.

5.3Распределение рабочих АО по уровню ежемесячной оплаты труда

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Группы рабочих по оплате  труда, тыс.руб. | до 8 | 8 - 9 | 9 - 10 | 10 - 11 | 11 - 12 | 12 и более |
| Число рабочих, чел. | 8 | 20 | 21 | 24 | 18 | 13 |

Определить средний уровень оплаты труда

5.4 Составить закон распределения числа поражений мишени из 4 выстрелов, если вероятность поражения при каждом выстреле равна 0,7.Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратичное отклонение.

5.5 Среднемесячная зарплата за вычетом налогов составила 10000рублей в базисном году и 12000 рублей в отчетном году. Потребительские цены повысились в отчетном году по сравнению с базисным в 1,25. Рассчитайте индекс покупательной способности денег, индекс номинальной зарплаты и индекс реальной зарплаты

**Контрольная работа**

Вариант 7

**1.Линейная алгебра**

Вычислить определители

1.1 1.2 1.3

Решить системы уравнений

1.4 1.5

**2.Аналитическая геометрия**

Заданы точки A(0, 4), B(1, -2), C(4, 1). Требуется:

2.1 Начертить треугольник ABC .

2.2 Найти координаты векторов А͞В , А͞С и В͞С

2.3 Найти длины сторон AB, AC , BC

2.4 Найти углы треугольника.

2.5 Найти площадь треугольника ABC .

2.6 Составить уравнения прямых AB, AC , BC .

**3.Пределы. Производная.**

Вычислить пределы

3.1 3.2

3.3 Найти производную функции y=(x4 – 9х)∙sinx

3.4 Найти наибольшее и наименьшее значение функции на отрезке

У= 3х2 + 6х - 3 [ -5; 0]

3.5 Исследовать функцию и построить график у = х3 - 12х+5

**4.Интеграл. Дифференциальные уравнения.**

Вычислить интегралы

4.1

4.2

4.3 Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями: параболой у=х2+1, прямыми х = -2, х = 2 и осью абсцисс

Решить дифференциальные уравнения

4.4 (У-5)dx – (X+1)dу =0

4.5 Y’’-5Y’+6Y=0

**5. Теория вероятности и математическая статистика.**

5.1 На эк­за­мен вы­не­се­но 60 во­про­сов, Ан­дрей не вы­учил 21 из них. Най­ди­те ве­ро­ят­ность того, что ему по­па­дет­ся вы­учен­ный во­прос.

5.2  При из­го­тов­ле­нии под­шип­ни­ков диа­мет­ром 62 мм ве­ро­ят­ность того, что диа­метр будет от­ли­чать­ся от за­дан­но­го не боль­ше, чем на 0,01 мм, равна 0,929. Най­ди­те ве­ро­ят­ность того, что слу­чай­ный под­шип­ник будет иметь диа­метр мень­ше чем 61,99 мм или боль­ше чем 62,01 мм.

5.3Распределение рабочих АО по уровню ежемесячной оплаты труда

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Группы рабочих по оплате  труда, тыс.руб. | до 8 | 8 - 9 | 9 - 10 | 10 - 11 | 11 - 12 | 12 и более |
| Число рабочих, чел. | 11 | 20 | 21 | 24 | 18 | 10 |

Определить средний уровень оплаты труда

5.4 Составить закон распределения числа поражений мишени из 4 выстрелов, если вероятность поражения при каждом выстреле равна 0,8.Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратичное отклонение.

5.5 Среднемесячная зарплата за вычетом налогов составила 10000рублей в базисном году и 12000 рублей в отчетном году. Потребительские цены повысились в отчетном году по сравнению с базисным на 30%. Рассчитайте индекс покупательной способности денег, индекс номинальной зарплаты и индекс реальной зарплаты

**Контрольная работа**

Вариант 8

**1.Линейная алгебра**

Вычислить определители

1.1 1.2 1.3

Решить системы уравнений

1.4 1.5

**2.Аналитическая геометрия**

Заданы точки A(0, 5), B(1, -1), C(3, 1). Требуется:

2.1 Начертить треугольник ABC .

2.2 Найти координаты векторов А͞В , А͞С и В͞С

2.3 Найти длины сторон AB, AC , BC

2.4 Найти углы треугольника.

2.5 Найти площадь треугольника ABC .

2.6 Составить уравнения прямых AB, AC , BC .

**3.Пределы. Производная.**

Вычислить пределы

3.1 3.2

3.3 Найти производную функции y=(x4 – 7х)∙sinx

3.4 Найти наибольшее и наименьшее значение функции на отрезке

У= 3х2 + 6х - 10 [ -4; 0]

3.5 Исследовать функцию и построить график у = х3 - 27х+1

**4.Интеграл. Дифференциальные уравнения.**

Вычислить интегралы

4.1

4.2

4.3 Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями: параболой у=х2+1, прямыми х = -2, х = 1 и осью абсцисс

Решить дифференциальные уравнения

4.4 (У-5)dx – (X+9)dу =0

4.5 Y’’-6Y’+8Y=0

**5. Теория вероятности и математическая статистика.**

5.1 На эк­за­мен вы­не­се­но 60 во­про­сов, Ан­дрей не вы­учил 24 из них. Най­ди­те ве­ро­ят­ность того, что ему по­па­дет­ся вы­учен­ный во­прос.

5.2  При из­го­тов­ле­нии под­шип­ни­ков диа­мет­ром 62 мм ве­ро­ят­ность того, что диа­метр будет от­ли­чать­ся от за­дан­но­го не боль­ше, чем на 0,01 мм, равна 0,989. Най­ди­те ве­ро­ят­ность того, что слу­чай­ный под­шип­ник будет иметь диа­метр мень­ше чем 61,99 мм или боль­ше чем 62,01 мм.

5.3Распределение рабочих АО по уровню ежемесячной оплаты труда

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Группы рабочих по оплате  труда, тыс.руб. | до 8 | 8 - 9 | 9 - 10 | 10 - 11 | 11 - 12 | 12 и более |
| Число рабочих, чел. | 11 | 19 | 18 | 22 | 23 | 7 |

Определить средний уровень оплаты труда

5.4 Составить закон распределения числа поражений мишени из 4 выстрелов, если вероятность поражения при каждом выстреле равна 0,9.Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратичное отклонение.

5.5 Среднемесячная зарплата за вычетом налогов составила 10000рублей в базисном году и 12000 рублей в отчетном году. Потребительские цены повысились в отчетном году по сравнению с базисным на 40%. Рассчитайте индекс покупательной способности денег, индекс номинальной зарплаты и индекс реальной зарплаты

**Контрольная работа**

Вариант 9

**1.Линейная алгебра**

Вычислить определители

1.1 1.2 1.3

Решить системы уравнений

1.4 1.5

**2.Аналитическая геометрия**

Заданы точки A(-1, 3), B(1, -2), C(3, 1). Требуется:

2.1 Начертить треугольник ABC .

2.2 Найти координаты векторов А͞В , А͞С и В͞С

2.3 Найти длины сторон AB, AC , BC

2.4 Найти углы треугольника.

2.5 Найти площадь треугольника ABC .

2.6 Составить уравнения прямых AB, AC , BC .

**3.Пределы. Производная.**

Вычислить пределы

3.1 3.2

3.3 Найти производную функции y=(2x4 – 7х)∙sinx

3.4 Найти наибольшее и наименьшее значение функции на отрезке

У= 3х2 + 6х - 10 [ -3; 0]

3.5 Исследовать функцию и построить график у = х3 - 3х+12

**4.Интеграл. Дифференциальные уравнения.**

Вычислить интегралы

4.1

4.2

4.3 Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями: параболой у=х2+1, прямыми х = -3, х = 1 и осью абсцисс

Решить дифференциальные уравнения

4.4 (У-7)dx – (X+9)dу =0

4.5 Y’’-7Y’+10Y=0

**5. Теория вероятности и математическая статистика.**

5.1 На эк­за­мен вы­не­се­но 50 во­про­сов, Ан­дрей не вы­учил 7 из них. Най­ди­те ве­ро­ят­ность того, что ему по­па­дет­ся вы­учен­ный во­прос.

5.2  При из­го­тов­ле­нии под­шип­ни­ков диа­мет­ром 63 мм ве­ро­ят­ность того, что диа­метр будет от­ли­чать­ся от за­дан­но­го не боль­ше, чем на 0,01 мм, равна 0,981. Най­ди­те ве­ро­ят­ность того, что слу­чай­ный под­шип­ник будет иметь диа­метр мень­ше чем 62,99 мм или боль­ше чем 63,01 мм.

5.3Распределение рабочих АО по уровню ежемесячной оплаты труда

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Группы рабочих по оплате  труда, тыс.руб. | до 8 | 8 - 9 | 9 - 10 | 10 - 11 | 11 - 12 | 12 и более |
| Число рабочих, чел. | 6 | 24 | 18 | 22 | 23 | 7 |

Определить средний уровень оплаты труда

5.4 Составить закон распределения числа поражений мишени из 3 выстрелов, если вероятность поражения при каждом выстреле равна 0,9.Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратичное отклонение.

5.5 Среднемесячная зарплата за вычетом налогов составила 10000рублей в базисном году и 12000 рублей в отчетном году. Потребительские цены повысились в отчетном году по сравнению с базисным на 50%. Рассчитайте индекс покупательной способности денег, индекс номинальной зарплаты и индекс реальной зарплаты

**Контрольная работа**

Вариант 10

**1.Линейная алгебра**

Вычислить определители

1.1 1.2 1.3

Решить системы уравнений

1.4 1.5

**2.Аналитическая геометрия**

Заданы точки A(-1, 1), B(0, -4), C(4, -2). Требуется:

2.1 Начертить треугольник ABC .

2.2 Найти координаты векторов А͞В , А͞С и В͞С

2.3 Найти длины сторон AB, AC , BC

2.4 Найти углы треугольника.

2.5 Найти площадь треугольника ABC .

2.6 Составить уравнения прямых AB, AC , BC .

**3.Пределы. Производная.**

Вычислить пределы

3.1 3.2

3.3 Найти производную функции y=(3x4 – 7х)∙sinx

3.4 Найти наибольшее и наименьшее значение функции на отрезке

У= 3х2 + 12х - 10 [ -5; 0]

3.5 Исследовать функцию и построить график у = х3 - 12х+1

**4.Интеграл. Дифференциальные уравнения.**

Вычислить интегралы

4.1

4.2

4.3 Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями: параболой у=х2+1, прямыми х = -4, х = 1 и осью абсцисс

Решить дифференциальные уравнения

4.4 (У-7)dx – (X+1)dу =0

4.5 Y’’-8Y’+12Y=0

**5. Теория вероятности и математическая статистика.**

5.1 На эк­за­мен вы­не­се­но 50 во­про­сов, Ан­дрей не вы­учил 11 из них. Най­ди­те ве­ро­ят­ность того, что ему по­па­дет­ся вы­учен­ный во­прос.

5.2  При из­го­тов­ле­нии под­шип­ни­ков диа­мет­ром 63 мм ве­ро­ят­ность того, что диа­метр будет от­ли­чать­ся от за­дан­но­го не боль­ше, чем на 0,01 мм, равна 0,911. Най­ди­те ве­ро­ят­ность того, что слу­чай­ный под­шип­ник будет иметь диа­метр мень­ше чем 62,99 мм или боль­ше чем 63,01 мм.

5.3Распределение рабочих АО по уровню ежемесячной оплаты труда

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Группы рабочих по оплате  труда, тыс.руб. | до 8 | 8 - 9 | 9 - 10 | 10 - 11 | 11 - 12 | 12 и более |
| Число рабочих, чел. | 9 | 24 | 18 | 19 | 23 | 7 |

Определить средний уровень оплаты труда

5.4 Составить закон распределения числа поражений мишени из 3 выстрелов, если вероятность поражения при каждом выстреле равна 0,8.Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратичное отклонение.

5.5 Среднемесячная зарплата за вычетом налогов составила 10000рублей в базисном году и 12000 рублей в отчетном году. Потребительские цены повысились в отчетном году по сравнению с базисным на 45%. Рассчитайте индекс покупательной способности денег, индекс номинальной зарплаты и индекс реальной зарплаты

**Список рекомендуемой литературы**

**Основная литература**

1. Григорьев С.Г. Математика: учебник для студ. образоват. учреждений сред. проф. образования / С.Г.Григорьев, С.В.Иволгина; под ред. В.А.Гусева. – 9-е изд., стер. - М.: Издательский центр «Академия», 2013. – 416 с.
2. Григорьев В.П. Сборник задач по высшей математике: учебное пособие для студ. учреждений сред. проф. образования / В.П.Григорьев, Т.Н.Сабурова. – 3-е изд., стер – М.: Издательский центр «Академия», 2013. – 160 с.

**Дополнительная литература**

1. Афанасьева О.И., Бродский *Я.С.,* Гуткин И.И., Павлов А.Л. Сборник задач по математике для техникумов. М., 1987
2. Богомолов Н.В. Практические занятия по математике. М., Высшая школа, 1990
3. Валуце И.И., Дилигул Т.Д. Математика для техникумов. М., Наука, 1990

**Интернет-ресурсы**

<http://www.mathprofi.ru/>

<http://kontromat.ru/>

Приложение 1.

**Образец титульного листа**

**ГБПОУ СО**

**«Артинский агропромышленный техникум**

**Заочное отделение**

**ОПОП СПО ССЗ 35.02.07**

**«Механизация сельского хозяйства»**

**КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА**

**ЕН.01. Математика**

**Вариант № \_\_\_**

Выполнил: \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

студент группы № МЗ

Проверил: Половникова Н.Н.

Преподаватель

Оценка: \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

2016г.

Ваш преподаватель: Половникова Наталия Николаевна, [n-polovnikova@yandex.ru](mailto:n-polovnikova@yandex.ru)